



*Asesorías y Tutorías para la Investigación Científica en la Educación Puig-Salabarría S.C.
José María Pino Suárez 400-2 esq a Lerdo de Tejada, Jalisco, Estado de México. 7223898475*

RFC: ATI120618V12

Revista Dilemas Contemporáneos: Educación, Política y Valores.

<http://www.dilemascontemporaneoseduccionpoliticayvalores.com/>

Año: VII

Número: Edición Especial

Artículo no.:13

Período: Marzo, 2020

TÍTULO: Las habilidades del pensamiento geométrico espacial, su precisión como una necesidad para el aprendizaje de la resolución de problemas geométricos.

AUTORES.

1. Dr. Wilber Ortiz Aguilar.
2. Máster. Leili Genoveva Lopezdomínguez Rivas.
3. Máster. Manuel Fabricio Reyes Wagnio.
4. Máster. Segundo Manuel Medina Correa.

RESUMEN: La resolución de problemas geométricos de la estereometría como habilidad de carácter general en los programas de la asignatura Matemática presenta bajos niveles de desarrollo en los estudiantes. En este trabajo, a partir del estudio realizado por diferentes didactas de la Matemática tanto del ámbito nacional como internacional, se precisa un sistema de habilidades del pensamiento geométrico espacial a desarrollar en los estudiantes para una mejor aprensión de los contenidos geométricos.

PALABRAS CLAVES: sistema de habilidades del pensamiento geométrico espacial, problemas geométricos, habilidad matemática general, habilidades matemáticas básicas, habilidades matemáticas elementales.

TITLE: The skills of spatial geometric thinking; its precision as a necessity for learning the resolution of geometric problems.

AUTHORS:

1. Dr. Wilber Ortiz Aguilar.
2. Máster. Leili Genoveva Lopezdomínguez Rivas.
3. Máster. Manuel Fabricio Reyes Wagnio.
4. Máster. Segundo Manuel Medina Correa.

ABSTRACT: The resolution of geometric problems of stereometry as a general skill in the Mathematics subject programs presents low levels of development in students. In this work, based on the study carried out by different mathematics educators, both nationally and internationally, a system of spatial geometric thinking skills is required to be developed in students for a better apprehension of geometric contents.

KEY WORDS: spatial geometric thinking skill system, geometric problems, general math skill, basic math skills, elementary math skills.

INTRODUCCIÓN.

El pensamiento geométrico espacial, según Ballester et al. (2007, p.32) “(...) no es más que un reflejo generalizado del espacio tridimensional basado en modelos. El mismo se pone de manifiesto cuando los alumnos forman un sistema de conceptos y relaciones mediante abstracción del espacio real, pueden representar mediante dibujos o modelos, estos reflejos del espacio e imaginar nuevos cuerpos y relaciones geométrico-espaciales”.

Es oportuno precisar, que esta definición reduce en cierta medida, el desarrollo de esta forma de pensamiento matemático a la representación de lo tridimensional en lo bidimensional, pues se obvia la reproducción, la construcción de esa figura espacial visualizada, pensada, creada en lo propiamente tridimensional, que a nuestro criterio, es parte esencial también de este proceso y de vital importancia para comprender ese espacio físico que rodea al estudiante.

Por esta razón, se concuerda con Proenza (2002), que expresa que este pensamiento es un reflejo generalizado y mediato del espacio físico tridimensional, que tiene una fuerte base sensoperceptual que se inicia desde las primeras relaciones del individuo con el medio y que se sistematiza y se generaliza a lo largo del estudio de los contenidos geométricos en la escuela; sin embargo, esta base sensoperceptual no ha sido suficientemente trabajada en las educaciones que le anteceden a la Educación Superior, pues la misma tiene que reflejarse en las habilidades del pensamiento geométrico espacial del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, pero de las cuales no se ha logrado un nivel adecuado de precisión, que resulta necesario para desarrollarlas en los estudiantes de esta educación.

DESARROLLO.

Jungk (1982) expresa, que con el pensamiento geométrico espacial se deben desarrollar tres capacidades íntimamente relacionadas entre sí: la vista espacial, la representación y la imaginación espaciales, se precisa, de acuerdo con los intereses de este trabajo, las capacidades de imaginación, reproducción y de construcción espacial.

El pobre desarrollo de la capacidad de imaginación espacial en los estudiantes conlleva a que estos presenten serias dificultades para analizar el plano, las relaciones en el espacio y viceversa. Según Proenza (2002), esta se define como la capacidad de estudiar el plano y el espacio a través de sus conceptos, leyes y derivar razonamientos; por lo que va más allá de la Geometría para erigirse como un pensamiento dialéctico por excelencia.

Desde esta mirada, resulta significativo señalar que esta forma del pensamiento matemático no se limita a identificar de forma visual figuras geométricas y conocer su nombre. Proenza (2002) precisa que este exige del estudiante la exploración consciente del espacio, la comparación de los elementos observados, el establecimiento de relaciones entre ellos y la expresión verbal de las acciones realizadas y de las propiedades observadas, para de ese modo interiorizar el conocimiento, descubrir

propiedades de las figuras y de las transformaciones, construir modelos, elaborar conclusiones para llegar a formular leyes generales y resolver problemas, ideas que son asumidas en esta investigación. Investigadores como Feria (2006) y Frostig (1978), Horne (1978), Hoffer (1967) (citados por Uribe, 2014), han aportado variadas habilidades de percepción espacial: la coordinación visomotriz, la percepción figura-fondo, la constancia perceptual, la percepción de posición en el espacio, la percepción de las relaciones espaciales, la discriminación y la memoria visuales, que a opinión de los autores son parte de la base sensoperceptual que deben tener los estudiantes.

La coordinación visomotriz se relaciona con la habilidad para coordinar la visión con el movimiento del cuerpo. La percepción figura-fondo es el acto visual de identificar una figura específica (el foco) en un dibujo (el fondo). Por otra parte, se encuentra la constancia perceptual (constancia figura y tamaño), que es la habilidad para reconocer que un objeto tiene propiedades invariantes, tales como el tamaño y la forma, a pesar de la variabilidad de sus impresiones cuando son observadas desde diferentes puntos de vista.

La percepción de la posición en el espacio, que es “la capacidad para determinar la relación de un objeto con relación a otro y al observador” (Feria et al., 2006, p. 28). Por otro lado, aparece la percepción de relaciones espaciales, que “se relaciona con la destreza para ver dos o más objetos en relación con uno mismo o entre ellos, y está estrechamente ligada en algunas tareas con la percepción de la posición en el espacio” (Feria et al., 2006, p. 28). Por último, se encuentran la discriminación visual, que hace referencia a la “disposición para distinguir semejanzas y diferencias entre los objetos y la memoria visual, que implica la habilidad para recordar con precisión un objeto que no está más a la vista y luego relacionar sus características con otros objetos que estén ya sea a la vista o no” (Hoffer, 1977) (citado por Uribe, 2014).

Se debe señalar el hecho de que estas habilidades no están en términos de “saber hacer”, sino que son expresión de procesos cognoscitivos, tales como la percepción, la memoria, el pensamiento, entre otros, inherentes a las capacidades (González, 2001), pues no reflejan acciones concretas, realizables y medibles; por tanto, no describen operaciones y procedimientos detallados que orienten al profesor hacia su desarrollo, lo que requiere nuevos aportes teóricos y prácticos concretos en esta dirección.

Uno de los resultados que puede contribuir a la precisión de estas las habilidades del pensamiento geométrico espacial es la descripción que realiza McGee (1979) (citado por Fernández, 2011, p. 27) de diez habilidades, distribuidas en los siguientes dos grupos:

Habilidades de visualización espacial:

- 1) Habilidad para imaginar la rotación de un objeto, la representación de un objeto y los cambios relativos de posición de objetos en el espacio.
- 2) Habilidad para visualizar una configuración en la cual hay un movimiento entre sus partes.
- 3) Habilidad para comprender movimientos imaginarios en tres dimensiones y para manipular objetos en la imaginación.
- 4) Habilidad para manipular o transformar la imagen de un patrón espacial en otra disposición.

Habilidades de orientación espacial:

- 1) Habilidad para determinar relaciones entre diferentes objetos espaciales.
- 2) Habilidad para reconocer la identidad de un objeto cuando es visto desde diferentes ángulos o cuando el objeto se mueve.
- 3) Habilidad para considerar relaciones espaciales donde la orientación del observador es esencial.
- 4) Habilidad para percibir patrones espaciales y para compararlos entre ellos.
- 5) Capacidad para permanecer sin confusiones por las diversas orientaciones en la que un objeto puede ser presentado.

6) Habilidad para percibir patrones espaciales o mantener la orientación respecto de los objetos en el espacio.

A pesar de que este autor logra un nivel mayor de precisión de las habilidades del pensamiento geométrico espacial, se considera que al igual que las aportadas por otros autores, referenciados anteriormente, estas reflejan la etapa sensoperceptible de este pensamiento, pues se obvian las relacionadas con las otras dos etapas de la teoría del conocimiento.

En el desarrollo de las habilidades del pensamiento geométrico espacial juegan un papel esencial los procesos de visualización pues, de acuerdo con lo planteado por Clements y Battista (1992), éstos integran los procesos a través de los cuales se obtiene conclusiones, a partir de las representaciones de los objetos tridimensionales y de las relaciones o transformaciones observadas en construcciones y manipulaciones.

Estas valoraciones apuntan a la necesidad de determinar las habilidades que permitan la realización de estos procesos de representación, construcción y manipulación de los objetos tridimensionales, cuestión que no se esclarece suficientemente en la bibliografía consultada.

Castiblanco et al. (2004) señalan, que la construcción geométrica puede ser descrita como un dibujo técnico, en el que la utilización de determinados instrumentos puede asegurar la adecuación del dibujo a determinadas propiedades. Esta tiene dos propósitos esenciales: asegurar que se cumplan las propiedades geométricas, se supera así las limitaciones de la percepción, necesariamente presentes en el dibujo y realizar una generalización que asegure la reproducción del dibujo, teniendo en cuenta únicamente las propiedades fundamentales del mismo por medio del uso de instrumentos técnicos.

Se considera que la construcción geométrica no es solo dibujar por los estudiantes una figura espacial sobre la hoja de papel, sino que también es la construcción de esta con sus propias manos o con la ayuda de un asistente matemático, tomando en cuenta sus propiedades fundamentales; en este aspecto radica la importancia de la construcción geométrica como motor impulsor del pensamiento deductivo.

Se asumen las ideas de Castiblanco, et. al (2004), quienes expresan que el estudiante puede descubrir, a través de la construcción geométrica, propiedades que no tuvo en cuenta, lo que le permite detectar que hay una relación de implicación entre las propiedades que tuvo en cuenta y las que descubrió después.

El Modelo de Van Hiele (Jaime y Gutiérrez, 1990), el cual tiene cada vez mayor aceptación a nivel internacional en la enseñanza y el aprendizaje de la geometría, constituye otro de los referentes teóricos que posibilitan la determinación y precisión de habilidades del pensamiento geométrico espacial. En este modelo Van Hiele propone cinco niveles de desarrollo del pensamiento geométrico, a saber:

Nivel 1. Es el nivel de la visualización, llamado también de familiarización o reconocimiento, en el que el estudiante percibe las figuras geométricas en su totalidad, de manera global, sin detectar relaciones entre tales formas o entre sus partes. Los estudiantes perciben las figuras como objetos individuales, es decir, no son capaces de generalizar las características que reconocen en una figura a otras de su misma clase; se limitan a describir su aspecto físico, las reconocen, las diferencian o las clasifican sobre la base de las semejanzas o diferencias físicas entre ellas; no suelen reconocer explícitamente las partes que las componen ni sus propiedades matemáticas.

En este nivel, los objetos sobre los cuales los estudiantes razonan son clases de figuras reconocidas visualmente como de “la misma forma”.

Nivel 2. Es un nivel de análisis, de conocimiento de las componentes de las figuras, de sus propiedades básicas. Estas propiedades van siendo comprendidas a través de observaciones efectuadas durante trabajos prácticos como mediciones, dibujo, construcción de modelos, etcétera. En este nivel los objetos sobre los cuales los estudiantes razonan son las clases de figuras y piensan en términos de conjuntos de propiedades que asocian con estas.

Nivel 3. Llamado de ordenamiento o de clasificación. Las relaciones y definiciones empiezan a quedar clarificadas, pero sólo con ayuda y guía. Ellos pueden clasificar figuras jerárquicamente mediante la ordenación de sus propiedades y dar argumentos informales para justificar sus clasificaciones. Comienzan a establecerse las conexiones lógicas a través de la experimentación práctica y del razonamiento. En este nivel, los objetos sobre los cuales razonan los estudiantes son las propiedades de clases de figuras.

Nivel 4. Es de razonamiento deductivo; en él se entiende el sentido de los axiomas, las definiciones, los teoremas, pero aún no se hacen razonamientos abstractos, ni se entiende suficientemente el significado del rigor de las demostraciones.

Nivel 5. Es el del rigor; es cuando el razonamiento se hace rigurosamente deductivo. Los estudiantes razonan formalmente sobre sistemas matemáticos, pueden estudiar geometría sin modelos de referencia y razonar formalmente manipulando enunciados geométricos tales como axiomas, definiciones y teoremas.

Teniendo en cuenta los niveles del modelo de Van Hiele, la mayoría de los estudiantes de la Educación Superior deberían arribar a esta educación con todos los niveles desarrollados, pues en las educaciones anteriores estudian las figuras geométricas planas y espaciales, sus propiedades, las relaciones entre ellas y las han clasificado y definido formalmente, así como han desarrollado el cálculo de área y volumen.

Lo antes expuesto, corrobora la necesidad de precisar las habilidades del pensamiento geométrico espacial, en correspondencia con los referentes teóricos asumidos en esta investigación, lo que forma parte de los aportes de esta investigación.

Para la precisión de estas habilidades y el perfeccionamiento de la dirección del proceso de su desarrollo en los estudiantes de la Educación Superior, es necesario asumir otros referentes teóricos

relacionados con la teoría de la actividad humana, y con los modelos de desarrollo de habilidades recogidos en la literatura científica.

El concepto habilidad, a pesar de las diferentes acepciones que aparecen en la literatura psicológica y pedagógica, generalmente se utiliza como sinónimo de “saber hacer” (González, 2001); es decir, lo que le permite al hombre realizar una determinada tarea.

Para la psicología, “las habilidades constituyen el dominio de operaciones (psíquicas y prácticas) que permiten una regulación racional de la actividad” (González, 2001, p.117) y resultan de la sistematización de acciones que están subordinadas a un objetivo consciente.

Esta definición, aceptada por la comunidad científica, ha permitido que, en el plano de la Didáctica General, Álvarez (1990) y Fuentes (1998), caractericen las habilidades como acciones que el sujeto realiza y Zilberstein (2002) como el conocimiento en acción.

En el caso particular de la Didáctica de la Matemática, las habilidades matemáticas, Ferrer y Rebollar (2007, p. 5), las definen como “(...) la construcción, por el alumno, del modo de actuar inherente a una determinada actividad matemática, que le permite buscar o utilizar conceptos, propiedades, relaciones, procedimientos matemáticos, utilizar estrategias de trabajo, realizar razonamientos, juicios que son necesarios para resolver problemas matemáticos”.

En esta investigación, se asume esta definición de habilidad matemática, pues en ella se reflejan las formas de trabajo y pensamiento matemático, que permiten a los estudiantes familiarizarse con las formas de buscar, descubrir, asimilar y construir nuevos conocimientos matemáticos y aprender con mayor racionalidad, de forma consciente y activa y, de esta manera, ser sujeto de su propio aprendizaje, aspectos que son imprescindibles para el desarrollo de las habilidades del pensamiento geométrico espacial.

Se asume, a su vez, la manera en que estos investigadores orientan la estructuración sistémica de las habilidades matemáticas en habilidad general (la resolución de problemas), habilidades básicas (como las construcciones que realiza el alumno de métodos de solución o análisis de un determinado problema matemático, las que se constituyen en objetivos parciales en la preparación de los alumnos para resolver problemas) y habilidades elementales (construcciones de procedimientos específicos que se derivan de manera directa del modo de operar con conceptos, teoremas o procedimientos y que a partir del establecimiento de conexiones entre estos se van conformando métodos de solución, que constituyen la base de las habilidades matemáticas básicas.

La precisión de un sistema de habilidades del pensamiento geométrico espacial en la asignatura Matemática que se imparte en la Educación Superior se realiza, entonces, sobre la base de la integración de:

- los criterios de Ferrer y Rebollar (2007) que tratan la estructuración de las habilidades matemáticas en generales, básicas y elementales,
- los aportes de Van Hiele sobre los niveles de desarrollo del pensamiento geométrico, y
- las diez habilidades del pensamiento geométrico espacial descritas por McGee (1979).

En correspondencia con estos referentes teóricos y metodológicos, para el propósito de esta investigación, se asume la habilidad resolver problemas geométricos tanto de la planimetría como de la estereometría como una de las habilidades generales de la asignatura Matemática. Esta habilidad se debe formar y desarrollar a través del estudio de todos los contenidos matemáticos de la asignatura en este nivel de enseñanza, con mayor peso en los relacionados con la geometría.

La habilidad resolver problemas geométricos tanto de la planimetría como de la estereometría "...es la construcción y dominio, por el alumno, de los modos de actuar y métodos de solución de problemas que utilicen los conceptos, teoremas y procedimientos matemáticos, en calidad de instrumentos y las

estrategias de trabajo heurístico para la sistematización de esos instrumentos en una o varias vías de solución” (Ferrer, 2000, p.58).

Los problemas geométricos generalmente para resolver son los siguientes:

- Problemas de cálculo de magnitudes geométricas tales como longitudes de segmentos, lados, perímetros, áreas y volúmenes de figuras geométricas.
- Problemas de demostración de proposiciones geométricas tales como la demostración de la semejanza de triángulos, paralelismo y perpendicularidad entre rectas, entre planos, entre rectas y planos, la demostración de razones y proporciones que se establecen en figuras geométricas o entre figuras geométricas, entre otros.
- Problemas de determinación geométrica tales como la determinación de lugares geométricos, de puntos, de rectas que cumplan determinadas condiciones, de ecuaciones de rectas, curvas de segundo grado, de planos, determinación de los elementos de rectas, planos, curvas de segundo grado dadas sus ecuaciones, determinación de puntos y/o rectas de intersección y relaciones de posición entre rectas, entre planos, entre rectas y planos, entre rectas y curvas de segundo grado y entre curvas de segundo grado. (García, 2002).

De acuerdo con lo expuesto anteriormente, la habilidad general resolver problemas geométricos tanto de la planimetría como de la estereometría se sistematizará a través de las habilidades geométricas básicas:

- Calcular magnitudes geométricas.
- Demostrar proposiciones geométricas.
- Determinar objetos, lugares geométricos, relaciones y posiciones en figuras geométricas y entre figuras geométricas.

Según Ferrer (2000, p.59-60), estas habilidades geométricas básicas van a expresar la construcción y dominio de los métodos de solución o análisis de problemas geométricos y responden a objetivos parciales en la preparación para resolverlos en un complejo de materia determinado. En ellas se pueden concretar métodos de solución para uno o varios tipos de problemas.

Las mismas responden a un nivel de desarrollo parcial de la habilidad geométrica general, indican el nivel de aplicación exigido a conceptos, relaciones y procedimientos geométricos que se sistematizan en un método de solución y expresan el nivel de profundidad con que se deben elaborar los mismos (Ferrer, 2000).

Resultan base de dichas habilidades geométricas básicas otras habilidades de un nivel menor de sistematicidad denominadas habilidades geométricas elementales que van a reflejar las condiciones concretas necesarias en la identificación, comprensión, análisis, búsqueda de relaciones, deducción de consecuencias, realización de conjeturas e inferencias lógicas, relacionadas directamente con el modo de operar con los conceptos, teoremas y procedimientos geométricos. Estas se perfeccionan en la medida que puedan ser utilizadas en la diversidad de condiciones de cada problema geométrico a cuya resolución el estudiante se enfrenta.

En consonancia con Ferrer (2000), la habilidad resolver problemas geométricos tanto de la planimetría como de la estereometría se estructura a través de las habilidades geométricas básicas y estas a su vez de las elementales y se perfecciona en la medida en que las básicas alcancen un nivel superior de desarrollo; por ello, las habilidades del pensamiento geométrico espacial son consideradas habilidades geométricas elementales que el estudiante de la Educación Superior debe asimilar para resolver con éxito problemas de cálculo de área y volumen aplicando integrales definidas, demostración y determinación geométrica.

Es a través de la ejecución de tales habilidades, que el estudiante realiza una visualización bidimensional y tridimensional del o de los objetos geométricos sobre el que recae la acción específica, a partir del tipo de problema geométrico a resolver, identifica conceptos, teoremas, fórmulas relacionados con los mismos, realiza esbozos de estos, los imagina en posiciones diferentes, realiza procesos de análisis y síntesis, ordenamiento, clasificación de esos objetos a partir de lo que identifica, observa, esboza e imagina, establece relaciones e inferencias lógicas, deduce consecuencias, descubre nuevas relaciones, que le permiten encontrar, descubrir una o varias vías de solución al problema en cuestión y determinar la más racional. En ese proceso de despliegue de estas habilidades el estudiante utiliza conceptos, teoremas, propiedades y desarrolla procedimientos algorítmicos, heurísticos, así como habilidades del pensamiento lógico-deductivo.

Como habilidades del pensamiento geométrico espacial se precisan las siguientes:

Habilidades del nivel visualización:

- Identificar las figuras planas y espaciales que conforman un objeto geométrico en el espacio.
- Describir el aspecto físico de un objeto geométrico.
- Representar un objeto geométrico tridimensional en lo bidimensional.
- Identificar un objeto geométrico visto desde diferentes ángulos.
- Representar un objeto geométrico visto desde diferentes ángulos.

Habilidades del nivel de análisis-síntesis, ordenamiento y clasificación:

- Construir modelos de objetos geométricos.
- Identificar conceptos, teoremas y fórmulas, relacionados con los objetos geométricos.
- Reproducir la definición de los conceptos, la formulación de los teoremas y las fórmulas, relacionados con los objetos geométricos.
- Clasificar los objetos geométricos.
- Realizar comparaciones entre diferentes objetos geométricos.

- Ordenar las propiedades de los objetos geométricos.

Habilidades del nivel de razonamiento deductivo:

- Determinar relaciones espaciales entre las figuras geométricas planas, entre las espaciales y entre las planas y las espaciales que conforman un objeto geométrico.
- Establecer relaciones entre las definiciones de los conceptos, las formulaciones de los teoremas y los procedimientos geométricos asociados a objetos geométricos.
- Deducir consecuencias de las relaciones entre las definiciones de los conceptos, las formulaciones de los teoremas y los procedimientos geométricos asociados a objetos geométricos.
- Descubrir propiedades de las figuras planas y geométricas que conforman un objeto geométrico y del propio objeto geométrico.

Este conjunto de habilidades conforma un sistema, pues existen entre ellas relaciones de coordinación y subordinación. Las relaciones de coordinación se manifiestan en que estas habilidades no se pueden desarrollar de manera aislada, cada una independiente de la otra, pues unas con otras se complementan, se enriquecen, se profundizan, se sistematizan. Las relaciones de subordinación se manifiestan en que un estudiante no puede lograr el desarrollo de las habilidades del nivel de razonamiento deductivo, sin antes no tener suficientemente desarrolladas las habilidades de los dos niveles anteriores, es decir, las habilidades del nivel de visualización y las del nivel de análisis-síntesis, ordenamiento y clasificación. Asimismo, no puede lograr el desarrollo de las habilidades de este segundo nivel sin tener desarrolladas las del nivel anterior, el de visualización.

CONCLUSIONES.

La precisión del sistema de habilidades del pensamiento geométrico espacial realizada en este trabajo contribuirá a que los docentes de Matemáticas de la Educación Superior ejecuten acciones concretas dirigidas a su desarrollo, a través de cada una de las clases en las que se traten contenidos geométricos,

específicamente, los de la geometría del espacio, lo que favorecerá la calidad del aprendizaje de la resolución de problemas geométricos en los estudiantes de esta educación.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

1. Álvarez de Zayas, C. (1990). *Didáctica La Escuela en la Vida*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
2. Ballester, S., Almeida, B., Álvarez, A., Arango, C., Batista, L. C., Cruz, I.,... Villegas, E. (2007). *Metodología de la enseñanza de la Matemática. Tomo I*. Holguín: Empresa Poligráfica Holguín.
3. Castiblanco, A. C., Urquina, Camargo, L. y Acosta, M. (2004). *Pensamiento geométrico y tecnologías computacionales*. Bogotá: Instituto Pedagógico Nacional.
4. Clements, D. H. y Battista, M. T. (1992). *Geometry and spatial reasoning*. En Grouws, D. A. (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (p. 420-464). New York: Macmillan Publishing Co.
5. Feria Uribe, M. A., Espinosa, L. B. y Martínez, N. (2006). *Percepción espacial y geometría intuitiva. Una puerta de entrada al aprendizaje significativo de la geometría*. Universidad Externado de Colombia, Facultad de Ciencias de la Educación.
6. Fernández, M. T. (2011). *Una aproximación ontosemiótica a la visualización y el razonamiento espacial*. Tesis doctoral. Recuperado de:
www.ugr.es/~jgodino/Tesis_doctorales/Teresa_Fernandez_tesis.pdf
7. Ferrer, M. (2000). *La resolución de problemas en la estructuración de un sistema de habilidades matemáticas en la escuela media cubana*. Tesis en opción al grado científico de doctor en Ciencias Pedagógicas. Recuperado de <http://www.eumed.net/tesis/2010/mfv/index.htm>
8. Ferrer, M. y Rebollar, A. (1994). *Cómo dirigir el proceso de formación de habilidades matemáticas*. Ciudad de la Habana: Pedagogía 2007. Memorias.

9. Frostig, M. (1978). *Figuras y formas. Programa para el desarrollo de la percepción visual*. Buenos Aires: Médica Panamericana.
10. Fuentes, H., Cruz, S. y Álvarez, I. B. (1998). *Modelo Holístico Configuracional de la Didáctica*. Santiago de Cuba: Centro de Estudios de Educación Superior “Manuel F. Gran”, Universidad de Oriente.
11. García, J. E. (2002). *Sistema de habilidades profesionales para la disciplina geometría de la carrera Matemática – Computación en función de la enseñanza y el aprendizaje de la resolución de problemas geométricos de la matemática escolar*. Tesis en opción al grado científico de doctor en Ciencias Pedagógicas. ISP “Frank País García”. Santiago de Cuba.
12. González, M.; Castellanos, D.; Córdova, D.; Rebollar, M.; Fernández, A. M.; Martínez, M.; Pérez, D. (2001). *Psicología para educadores*. Ciudad de la Habana: Pueblo y Educación.
13. Hoffer, A. R. (1977). *Mathematics Resource Project. Geometry and visualization*. USA.
14. Jaime, A. y Gutiérrez, A. (1990). *Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la Geometría: El modelo de Van Hiele*. En: Llinares, S., y Sánchez, M. V. (eds.), *Teoría y práctica en educación matemática*. Sevilla. p. 295-384.
15. Jungk, W. (1982). *Conferencias sobre Metodología de la enseñanza de la Matemática. Tres partes*. Ciudad de la Habana: Pueblo y Educación.
16. Proenza, Y. (2002). *Modelo didáctico para el aprendizaje de los conceptos y procedimientos geométricos*. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Instituto Superior Pedagógico "José de la Luz y Caballero". Holguín.
17. Uribe, S. M., Cárdenas, O. L., Becerra, J. F. (2014). *Teselaciones para niños: una estrategia para el desarrollo del pensamiento geométrico y espacial de los niños*. *Revista Educación Matemática*. (26), 2. Agosto. pp. 135-160.

18. Zilberstein Toruncha, J. y Portela Falgueras, R. (2002). *Una concepción desarrolladora de la motivación y el aprendizaje de las ciencias*. (s.l.) (s.n.).

DATOS DE LOS AUTORES.

1. **Wilber Ortiz Aguilar.** Doctor en Ciencias Pedagógicas, Especialidad Matemática – Computación. Docente de la Facultad de Ciencias Matemáticas y Físicas de la Universidad de Guayaquil, Ecuador. E-mail: wilber.ortiza@ug.edu.ec
2. **Leili Genoveva Lopezdomínguez Rivas.** Máster en Docencia e Investigación Educativa. Docente de la Facultad de Ciencias Matemáticas y Físicas de la Universidad de Guayaquil, Ecuador. E-Mail: leili.lopezdominguezr@ug.edu.ec
3. **Manuel Fabricio Reyes Wagnio.** Máster en Ingeniería de Software y Sistemas Informáticos. Docente de la Facultad de Ciencias Matemáticas y Físicas de la Universidad de Guayaquil, Ecuador. E-mail: manuel.reyesw@ug.edu.ec
4. **Segundo Manuel Medina Correa.** Magíster en Sistemas de Información Gerencial. Docente de la Facultad de Ciencias Matemáticas y Físicas de la Universidad de Guayaquil, Ecuador. E-mail: segundo.medinac@ug.edu.ec

RECIBIDO: 6 de febrero del 2020.

APROBADO: 17 de febrero del 2020.