Asesorías y Tutorías para la Investigación Científica en la Educación Puig-Salabarría S.C.
José María Pino Suárez 400-2 esq a Lerdo de Tejada. Toluca, Estado de México. 7223898475
RFC: ATI120618V12

Revista Dilemas Contemporáneos: Educación, Política y Valores.
http://www.dilemascontemporaneoseducacionpoliticayvalores.com/
Año: IX Número: 2. Artículo no.:1 Período: 1ro de enero al 30 de abril del 2022.

TÍTULO: La enseñanza de las matemáticas y el desarrollo del pensamiento en la Educación Básica

AUTOR:

1. Dr. Michel Enrique Gamboa Graus.

RESUMEN: Este artículo trata sobre la enseñanza de las matemáticas y el desarrollo del pensamiento en la Educación Básica, un tema clave de clara relevancia e importancia práctica. Mi aspiración última es movilizar las neuronas, y accionar los interruptores de la curiosidad intelectual para investigar cómo realizar mejor las cosas. Presento la utilidad potencial de las matemáticas para resolver problemas complejos y aprender a pensar. Una perspectiva pedagógica es esencial para el desarrollo mental, pero también indico una comprensión biológica de la educación matemática en el cerebro. Despliego la variedad de aspectos conceptuales, procedimentales y actitudinales que conforman el contenido explícito de su enseñanza específica. Asimismo, muestro procedimientos de solución, principalmente desde el punto de vista heurístico.

PALABRAS CLAVES: matemáticas, desarrollo, pensamiento.

TITLE: Mathematics teaching and thinking development in Basic Education

AUTHOR:

1. Dr. Michel Enrique Gamboa Graus.

ABSTRACT: This article deals with the teaching of mathematics and the development of thinking in Basic Education, a key topic of clear relevance and practical importance. My ultimate aspiration is to mobilize neurons and flip the switches of intellectual curiosity to investigate how to do things better. I present the potential utility of mathematics in solving complex problems and learning to think. A pedagogical perspective is essential for mental development, but it also indicates a biological understanding of mathematics education in the brain. I display the variety of conceptual, procedural, and attitudinal aspects that make up the explicit content of their specific teaching. Also, I show solution procedures, mainly from the heuristic point of view.

KEY WORDS: mathematics, development, thinking.

INTRODUCCIÓN.

Me gustaría comenzar con mi agradecimiento al Centro de Estudios para la Calidad Educativa y la Investigación Científica (Toluca, México) por la oportunidad única que me ofrecieron para compartir mis experiencias como parte de una de las conferencias magistrales del 1er Congreso Internacional Virtual "Debates sobre Educación y política en el siglo XXI". Este artículo es resultado de esa invitación. Fue un honor ser uno de los conferencistas de este muy productivo Congreso, y un privilegio la ocasión de hablarles en medio del grave impacto de la pandemia COVID 19 en la educación mundial. Aquí les voy a comentar sobre la enseñanza de las matemáticas y el desarrollo del pensamiento en la Educación Básica, un tema de actualidad, relevancia y significación indiscutibles.

El video de la conferencia puede ser descargado desde https://drive.google.com/file/d/1eVbBN3No3f5l7zquVXknHEMW3GYOH5nn/view?fbclid=IwAR2Vw160HwmjtDdREEgjuLbYqQDupeo8WsBs7aW8ikhprh6aDtdGpqiCoV0. Igualmente, el debate posterior, dado por el intercambio de preguntas y respuestas puede ser visto en https://www.facebook.com/EstudiosDePosgrado/videos/148541057461862/

Plutarco, hace más de 20 siglos, ya nos adelantaba que el cerebro no es un vaso por llenar, sino una lámpara por encender. Mi aspiración entonces no es darles mucha información, sino movilizar sus neuronas, pulsar los interruptores de su curiosidad, de sus dudas, de su necesidad de preguntar, averiguar, investigar cómo hacer mejor las cosas. No hay persona que encienda una lámpara para almacenarla dentro de un cajón; más bien, la coloca encima de la repisa para que así pueda alumbrar el espacio completo.

Yo no he podido resistir la tentación de hacer referencia a esta hermosa historia de 60 años que nos lleva a reflexionar sobre la necesidad de aprender a pensar (Calandra, 1961). Un estudiante debía determinar la altura de un edificio con la ayuda de un barómetro y da múltiples respuestas, aun sabiendo que la diferencia de presión entre la azotea y la base del edificio nos proporciona la diferencia de altura. Este es un ejemplo de que las respuestas convencionales en matemáticas han hecho mucho daño al desarrollo del pensamiento. Repetir lo que se espera y se exige, sin invitar a pensar, a cuestionar, a indagar. Es tiempo de desarrollar un pensamiento crítico y de resolver problemas.

Mis años de experiencia como profesor de matemáticas en varios países, y en varios idiomas, me han servido para percatarme de varias manifestaciones de insuficiencias en la enseñanza que afectan directamente el desarrollo del pensamiento en la Educación Básica; por ejemplo:

- Limitada experimentación de las matemáticas en los contextos donde se desarrollan, con lo que se pierden oportunidades de mostrar conexiones entre las matemáticas y la vida, y para colmo la evaluación no permite comprobar impacto de la enseñanza.
- Ejecutan pocas excursiones y visitas a centros de investigación o producción locales; por tanto, el proceso didáctico no promueve el ejercicio de comunicación, interacción y crítica.
- Se enfoca en lo conceptual y procedimental, en detrimento de lo actitudinal; por eso, hay tantos problemas de actitud para su aprendizaje.
- Existe dependencia a las explicaciones del profesor para el aprendizaje, con lo que no se potencia el tránsito progresivo de la dependencia a la independencia y a la autorregulación, y la capacidad para realizar aprendizajes a lo largo de la vida.
- Se basan fundamentalmente en procedimientos algorítmicos, y como regularidad no son conscientes de las ventajas que ofrece el empleo de procedimientos heurísticos. Esto es a partir

del desconocimiento de razones que llevan a enseñar los contenidos en las escuelas, sobre todo su facultad de desarrollar la capacidad del pensamiento.

Esto genera varias contradicciones en la enseñanza de las matemáticas, entre las que destaca el diseño de planes de estudio únicos, para un desarrollo curricular permeado por la diversidad de personalidades de los estudiantes, con conocimientos, experiencias previas, hábitos, habilidades, actitudes, normas y valores disímiles, con distintos intereses, motivos, aspiraciones, esperanzas y sueños.

DESARROLLO.

Utilidad de las matemáticas.

Hay un consenso bastante generalizado en que las matemáticas son útiles porque resuelven problemas. Han sido desarrolladas por al menos 4000 años para resolver problemas de la vida diaria. Todos usamos las matemáticas en la vida diaria, nos demos cuenta o no. Nos guste o no. Para intercambios de mercancías, el manejo de provisiones, la distribución de propiedades, incluso para describir el movimiento de las estrellas y los planetas para crear calendarios, establecer modelos y predecir temporadas para actividades agrícolas; sin embargo, las matemáticas también tienen un uso menos popular, pero igual de trascendente. Sirven para aprender a pensar. Son enormes y lógicamente organizados sistemas de pensamientos, creados por incontables esfuerzos individuales y colectivos, que han durado por varios miles de años, y que siguen a paso desenfrenado. Desde mi punto de vista son el alcance cultural más significativo de la humanidad.

Las matemáticas nos pueden ayudar a entender el mundo que nos rodea. En muchas ocasiones tendrás que realizar un razonamiento en cinco o seis etapas para responder una pregunta o resolver un problema, y con el paso del tiempo, podrás articular tus pensamientos, obtener tus propias conclusiones y, sobre todo, podrás concentrarte de principio a fin. Si razonas de forma eficaz y tu pensamiento siempre es coherente y riguroso, entonces hay más probabilidades de que tomes mejores decisiones.

Las matemáticas son una herramienta asombrosa para estructurar el pensamiento. La paradoja de Aquiles y la tortuga es solo un ejemplo de ello. Estas son esenciales para el desarrollo mental. Esto es así debido a que:

- Los conceptos, las proposiciones y los procedimientos matemáticos poseen un elevado grado de abstracción y su asimilación obliga a los estudiantes a realizar una actividad mental rigurosa
- Los conocimientos matemáticos están estrechamente vinculados formando un sistema que encuentra aplicación práctica de diversas formas. Esto permite buscar y encontrar vías de solución distintas, por su brevedad, por los medios utilizados o la ingeniosidad de su representación. Ello ofrece un campo propicio para el desarrollo de la creatividad y el pensamiento.
- Las formas de trabajo y de pensamiento matemático requieren de los estudiantes una constante actividad intelectual, que exige analizar, comparar, fundamentar, demostrar y generalizar, entre otras operaciones mentales.
- Hay que aprender a trabajar correctamente con variables, a ser flexibles en su selección, a cambiar la denominación de las mismas y a utilizarlas para elementos y conjuntos.
- Ayudan a utilizar correctamente las proposiciones compuestas clásicas, como la negación, conjunción, alternativa, implicación y equivalencia aplicando su sentido común.

Sin embargo, esto no es espontáneo, se requiere de la dirección por el profesor, generalmente mediante "impulsos". Para desarrollar el pensamiento de los estudiantes no basta con plantearles tareas que demanden la realización de las operaciones mentales, se requiere, además:

- Elevar sistemáticamente las exigencias de los ejercicios y problemas planteados.
- En caso de no aparecer en los estudiantes indicios de la ejecución de las operaciones deseadas, hay que propiciar su realización mediante estímulos adecuados.
- Igualmente, hay que hacerlos tomar conciencia de las operaciones ejecutadas. Pensar cómo resolver, pero también tener conciencia del proceso de resolución, ver que funciona, por qué funciona, y saberlo comunicar adecuadamente. Es la archiconocida relación entre pensamiento y lenguaje.

Para desarrollar el pensamiento en general de los estudiantes es necesario que la enseñanza de la Matemática contribuya a que estos realicen operaciones mentales tales como: analizar y sintetizar, comparar y clasificar, generalizar y concretar, y abstraer y particularizar. Estas operaciones están presentes, tanto durante el trabajo con el nuevo contenido, como en la resolución de ejercicios y problemas.

No se trata solo de lo que piensas, sino también cómo lo haces. En el momento en el que se modela y resuelve un problema, también es imperativo validar la solución que uno propone. Esto define en una gran medida tu capacidad crítica y tu habilidad en tomar decisiones. Cuantas más habilidades matemáticas adquieran los estudiantes, más prestarán atención a los detalles, cuestionarán la información y analizarán los datos.

Definitivamente las matemáticas fortalecen el pensamiento crítico, fundamentalmente en áreas del razonamiento lógico, la capacidad de trabajar con conceptos, la conciencia de las perspectivas y los puntos de vista propios y ajenos. Una gran variedad de estudios comparte que las personas adquieren, por medio de la matemática, la capacidad de reconocer patrones y modelar dichas situaciones mediante símbolos y ecuaciones. En esto influye la diversidad de pensamiento numérico, espacial, métrico, aleatorio y variacional.

El problema no es solo pedagógico, sino también biológico. De hecho, un estudio reciente demostró que la falta de educación matemática afecta el desarrollo cerebral y cognitivo de los adolescentes (Zacharopoulos, Sella y Kadosh, 2021). Los estudiantes que carecen específicamente de educación matemática mostraron una reducción de una sustancia química (ácido gamma-aminobutírico, conocido como GABA) fundamental para el desarrollo del cerebro. Esto trae consecuencias negativas sobre la plasticidad cerebral y las funciones cognitivas.

El GABA es un neurotransmisor (como la serotonina o la dopamina). La reducción se encontró en un área cerebral clave (corteza frontal medial) que apoya las matemáticas, la memoria, el aprendizaje, el razonamiento y la resolución de problemas. Esta área participa en el razonamiento complejo y en el razonamiento de tipo algorítmico.

Niveles altos de GABA desconectan fácilmente las otras áreas del cerebro durante el razonamiento, para evitar distracciones, mientras que niveles bajos activan todas las áreas del cerebro al mismo tiempo, hecho que consume energía y dificulta concentrarse en el proceso de razonamiento.

El camino hacia el éxito en la vida comienza con las matemáticas; sin embargo, este mensaje no parece haber sido comprendido en nuestros países. Tomemos, por ejemplo, los resultados de la última prueba del Programa Internacional para Evaluación de Estudiantes (PISA) de matemáticas (2018). Y de ahí tomemos los resultados de México, nuestro excelente anfitrión en este congreso. (Aprovecho la oportunidad para reiterar mi agradecimiento por este genial espacio de intercambio que han propiciado para nosotros).

En las escuelas de la Ciudad de México se destina sólo el 10% al debate. Sólo el 2% del tiempo total de clases se ocupan las TICs. Solo el 1% de los estudiantes obtuvo un nivel de competencia 5 o superior en matemáticas. Los chicos superaron a las chicas en matemáticas por 12 puntos (promedio OCDE: 5 puntos). El resto de los países latinoamericanos participantes tienen un escenario similar. Todos por debajo del promedio de la OCDE.

La situación se ha mantenido bastante estable. Desde los informes de resultados PLANEA 2017, donde se reveló que el 64% de estudiantes de tercero de secundaria no pudieron solucionar problemas matemáticos de quinto grado de primaria. Pasando por el panorama educativo que describió el INEE, y actualmente con los indicadores nacionales de la mejora continua de la Educación en México.

Lo más común es escudarse en que los alumnos odian las matemáticas, cuando realmente lo que odian es sentirse confundidos, intimidados expuestos en las clases. El problema realmente está en cómo se enseña. Muchos recurren a métodos como el aprendizaje de memoria para obtener buenos resultados en los exámenes. Desafortunadamente, eso termina afectando negativamente la forma en que ven las matemáticas, y no las comprenden adecuadamente. Por eso las evaluaciones que se emprenden en nuestros países, tanto de diseño como de implementación curricular, para valorar el currículo escolar en función de resolver este problema.

Introducción a la enseñanza de las matemáticas.

El contenido de la enseñanza de las matemáticas contiene multiplicidad de aspectos de orden conceptual, procedimental y actitudinal. Se incluyen conceptos de objetos, operaciones y relaciones. Igualmente, contiene proposiciones, expresadas en forma de axiomas, conjeturas, teoremas y demostraciones. De la misma manera, se añaden procedimientos de identificación, construcción, realización y transformación, como reglas de cálculo, algoritmos para la identificación de conceptos, la realización de construcciones, la transformación de ecuaciones, entre otros, que podrían expresarse como sucesiones de indicaciones de carácter heurístico o algorítmico (Ballester, et al., 2019).

Lo que quiero que entiendan es que hacer matemáticas implica más que la simple manipulación de símbolos matemáticos; implica interpretar situaciones matemáticamente; implica matematizar (o sea, cuantificar, visualizar o coordinar) sistemas estructuralmente interesantes; implica utilizar un lenguaje especializado, símbolos, esquemas, gráficos, modelos concretos, otros sistemas de representación para desarrollar descripciones matemáticas, o explicaciones, o construcciones que permitan plantear predicciones útiles acerca de tales sistemas.

Cuando hablamos de conceptos, ya decía que no solo se incluyen los objetos como los triángulos o los números racionales, sino que también se consideran las operaciones y relaciones entre ellos, como el concepto suma o las relaciones trigonométricas. Estos están determinados por su contenido, extensión, significados y formas de representación. Al respecto, es pertinente agregar que hay varias formas de expresar el contenido de los conceptos, ya sea en forma de descripciones, caracterizaciones o definiciones.

Las principales dificultades para desarrollar el pensamiento de nuestros estudiantes son causadas fundamentalmente por enfocarse solo en los objetos matemáticos. Esto impide mirar procesos matemáticos que presentaré más adelante, y fuerza el uso de proposiciones y procedimientos. Realmente se aspira a desarrollar formas de razonamiento netamente relacionales, y extraer conclusiones válidas a partir de un conjunto de premisas determinadas.

Otros aspectos del contenido de la enseñanza de las matemáticas, fundamentales para el desarrollo del pensamiento en Educación básica son los procedimientos lógicos asociados a conceptos. Los estudiantes deben identificar conceptos, como el de función. Igualmente, deben ejemplificarlos, como los números racionales e irracionales. Deben limitar y generalizar conceptos, como que un rectángulo es un paralelogramo con una diferencia específica, o que todos lo cuadrados son rectángulos, y rombos. De la misma manera, deben clasificar conceptos, como los triángulos por sus lados y ángulos.

Todo lo anterior, lo deben utilizar para enfrentar una amplia variedad de tipos de problemas: simples, compuestos (independientes y dependientes), con datos innecesarios, con incorrecciones en su formulación (sin solución), con varias soluciones, sin datos numéricos, de construcción (geométricas y de ecuaciones), de argumentación de proposiciones geométricas, de demostración de proposiciones aritméticas, geométricas y algebraicas, de cálculo geométrico, de seriación (series aritméticas y geométricas), de tratamiento de información (construcción de tablas y gráficos estadísticos, cálculo de medidas estadísticas), entre otros tipos. Esto representa una de las formas de indagación matemática auténtica. También hay algunos con características especiales como los de olimpiadas, competiciones matemáticas nacionales, regionales o internacionales, en función del trabajo con estudiantes que tienen talento para este tipo de concursos, donde se tiene la norma de elevar el nivel de desafío matemático.

Además, no solo los problemas que los profesores plantean a lo largo de su enseñanza son de gran importancia, sino que la forma en que los utilizan hace que sean un componente crítico de la enseñanza y esencial para el desarrollo del pensamiento. Raramente en una clase de Matemática se resuelve un único problema; de ahí, que la formulación de problemas incluya la configuración del problema, el enunciado del mismo y las preguntas de seguimiento sobre la situación resuelta, lo que constituye un aspecto tan importante como la propia resolución del problema inicial.

Pueden aparecer la manipulación de las restricciones de un problema existente (condiciones de la tarea o de los supuestos implícitos) o el encadenamiento (la ampliación de un problema de manera que la solución del nuevo problema requiera resolver primero el existente). La adición o exclusión de algunos elementos del problema inicial, acompañado de comparaciones para evaluar las similitudes y diferencias entre ellos, así como el análisis de los problemas incompletos o redundantes, puede aumentar la conciencia de los estudiantes sobre la consistencia y el significado de los problemas.

Existen diferencias entre generar problemas a partir de una información dada y crear nuevos problemas a partir de los del libro de texto de Matemática del grado, orientaciones metodológicas, algún software educativo u otros medios auxiliares que disponen los docentes. Esto último es lo que usualmente prefieren y hacen con más éxito los docentes. En tal sentido, es esencial acompañar los problemas con las estrategias de evaluación, o incluir rúbricas descriptoras de la calidad del desempeño esperado de quienes los resolverán; por ejemplo, cuando se formula un problema de concurso debe demostrarse que las evaluaciones propuestas discriminan bien en el extremo superior de la escala, a efectos de identificar a los estudiantes que obtienen una puntuación dentro de los 10 percentiles superiores. Además, es imprescindible incluir la resolución de los problemas por parte del docente antes de ofrecerlos a los estudiantes.

La formulación de problemas se basa en la indagación, y por tanto, ofrece contextos en los que los docentes pueden debatir y evaluar una variedad de enfoques que han sido desarrollados y presentados por otros, en un clima en el que se invita a los demás a aportar su contribución, añadiendo, mejorando o cambiando los problemas. De tal forma, es importante atender la colaboración entre docentes y sus creencias sobre su desempeño en el planteamiento de problemas.

Con tanto contenido de la enseñanza, son de esperar reacciones de rechazo que comúnmente se presentan. Muchos dicen que tantas cuestiones les suelen enredar la cabeza; por eso, es que resulta tan contraproducente la enseñanza de las matemáticas basada en algoritmos y se deben potenciar elementos heurísticos que permitan desarrollar el pensamiento de los estudiantes para enfrentar situaciones nuevas desconocidas.

Esto incluye la elaboración de medios auxiliares, principios, estrategias como trabajo hacia adelante (método sintético) y hacia atrás (método analítico), reglas como separar, reactivar y relacionar lo dado y lo buscado, y programas que faciliten la búsqueda de vías de solución a problemas, para resolver tareas de cualquier tipo para las que no se cuente con un procedimiento específico.

Para el desarrollo del pensamiento en la educación básica destaco el aporte de los principios heurísticos (Ballester, et al., 2019). El principio de analogía, con semejanzas de contenido o forma, el principio de reducción a un problema ya resuelto, a problemas parciales, al absurdo para comprender procedimientos, la búsqueda de un contraejemplo, la modelación, el principio de movilidad, que tantos beneficios aporta para el trabajo con las conjeturas y el análisis de patrones y las generalizaciones.

Si se quiere desarrollar el pensamiento, entonces hay que explorar patrones, no memorizar fórmulas. Formular conjeturas, no solo hacer ejercicios.

El conocimiento de los procedimientos de solución y las diferentes formas de trabajo y de pensamiento matemático permite a los estudiantes encontrar ideas de solución y resolver problemas con racionalidad. Con respecto a la variación de condiciones; por ejemplo, al tratar los cuadriláteros se varían sistemáticamente la posición de los lados opuestos respecto al paralelismo y se obtienen los paralelogramos, trapecios y trapezoides. Con respecto a la búsqueda de relaciones; por ejemplo, todo ángulo inscrito en la circunferencia está asociado con el ángulo central correspondiente que abarca el mismo arco. Con respecto a las consideraciones de analogía; por ejemplo, probamos el Teorema de Pitágoras para un "polígono cualquiera". El área del “bichito” construido sobre la hipotenusa es igual a la suma de las áreas de los semejantes construidos sobre los catetos. Además, el teorema también se cumple en la Geometría del espacio. La cantidad de arena dentro de los semicilindros sobre los catetos termina exactamente dentro del semicilindro sobre la hipotenusa.

La idea es ser coherentes con los principios y estándares para las matemáticas escolares (National Council of Teachers of Mathematics, 2000). Enfocando el mismo problema desde diferentes perspectivas o representando las matemáticas de maneras diferentes para desarrollar formas de trabajo y de pensamiento.

Sobre todo, no solo centrarnos en los objetos matemáticos y mover el foco también a los estándares de procesos matemáticos. Los estudiantes deben ser capaces de trabajar con diferentes representaciones, evaluar conjeturas y argumentos con diferentes tipos de razonamiento y métodos de prueba, razonamiento y prueba. Deben integrar ideas para comunicarlas con precisión coherencia y claridad. Deben aplicar conexiones para producir ideas coherentes, y utilizarlas en la solución de problemas.

Como se puede apreciar, los contenidos del aprendizaje de las matemáticas llevan el signo de la diversidad (Conocer, hacer, convivir, ser y autotransformarse). Además, hay que entender que no se tratan solo de su contenido. Es un proceso dialéctico, de naturaleza integral y contradictoria, nunca lineal. Los procesos destacan que tienen carácter activo, regulado, constructivo, significativo, motivado, contextualizado, en unas condiciones concretas. Esto está en correspondencia con entender el aprendizaje como un proceso dialéctico de apropiación de los contenidos y las formas de conocer, hacer, convivir y ser construidos en la experiencia sociohistórica, en el cual se producen, como resultado de la actividad del individuo y de la interacción con otras personas, cambios relativamente duraderos y generalizables, que le permiten adaptarse a la realidad, transformarla y crecer como personalidad (Castellanos, et al., 2002).

Es necesario que los estudiantes lean, escriban, escuchen, hablen, caminen, corran, salten, recuerden, piensen, comprendan, apliquen, analicen, evalúen, imaginen, creen, compartan, ayuden, colaboren, enseñen y disfruten mientras aprenden. Hay que potenciar que estos puedan trabajar con las manos, los oídos, los ojos, el corazón y la inteligencia.

La enseñanza de las matemáticas no solo busca el desarrollo cognitivo, activando la curiosidad, el pensamiento crítico, la creatividad, la resolución de problemas y la toma de decisiones, sino también el desarrollo emocional, activando la confianza, la autonomía, la autoestima. También se aspira al desarrollo social. Se persigue que los estudiantes puedan desarrollar un concepto positivo de sí mismos como usuarios de las matemáticas, el gusto y la inclinación por comprender y utilizar la notación, el vocabulario y los procesos matemáticos, aceptando el principio de que existen diversos procedimientos para resolver los problemas particulares.

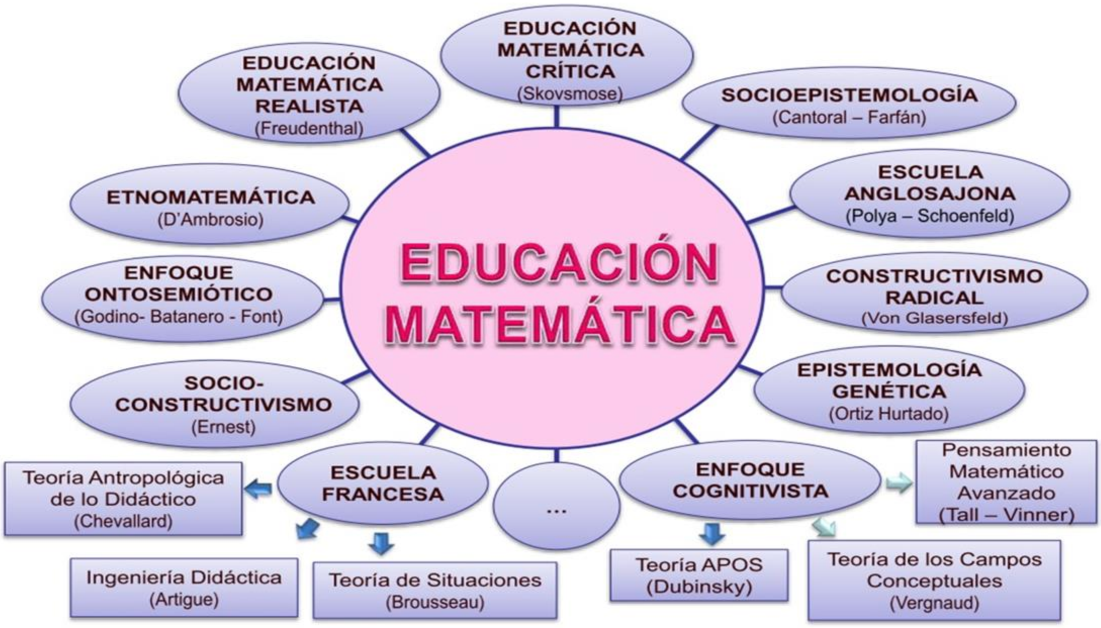
El lenguaje y los instrumentos de mediación son importantísimos para el desarrollo de los procesos psicológicos. En la literatura científica se recogen estudios sobre cómo aprenden y recuerdan los estudiantes de manera más efectiva y aprender enseñando es una de las más poderosas formas de desarrollar el pensamiento. Así, por ejemplo, se descubren limitaciones propias a partir de la mejor organización que hacemos de nuestros conocimientos para las explicaciones que intentamos dar a otros (Gamboa, 2019b).

Un ejemplo real de 10 momentos de una de mis clases de ejercitación (Gamboa y Borrero, 2016) revela que la actividad que se desarrolla en el aula es tan importante como la comunicación en ella. Para el desarrollo mental yo prefiero que se enseñen unos a otros. Los estudiantes que van concluyendo el trabajo matemático se convierten en profesores, en contraposición con la idea de darles más y más ejercicios. La evaluación exige que sea necesaria la defensa oral de sus soluciones, para ponderar la relación entre pensamiento y lenguaje. Esto posibilita articular sus pensamientos, comparar sus propios procesos con otros. Se presenta una visión del salón de clases en la que hay varios “profesores” enseñando simultáneamente, bajo la premisa de que enseñar es aprender.

En términos de calidad educativa, esto apunta directamente a la variable de eficacia, desde los objetivos, con indicadores como estimular el protagonismo de los estudiantes, así como proyectar el trabajo metacognitivo e incentivar acciones de comunicación de resultados.

Para lograr cada una de las aspiraciones que he presentado hasta este punto existe una multiplicidad de teorías de educación matemática. Todas de mucha utilidad y con reconocidas buenas prácticas. La educación matemática crítica, la realista, la etnomatemática, enfoque ontosemiótico, la teoría antropológica, la de situaciones, la ingeniería didáctica, la teoría APOE, la de los campos conceptuales, el pensamiento matemático avanzado, la escuela anglosajona, y la socioepistemología.

Figura 1: Teorías de educación matemática.



Como México nos sirve de anfitrión voy a ejemplificar con la socioepistemología, que busca una didáctica en escenarios socioculturales. Estos ejemplos que presento forman parte de una tesis doctoral que asesoré exitosamente, aplicada en Acapulco (Torres, 2021). Según el principio normativo de la práctica social, esta se constituye como la generadora del conocimiento y se articula con los procesos de representación. En Torres (2021) se muestra el ejemplo del diseño de aprendizaje “el carrito de fricción”, con varias variables generadoras de incertidumbre en los datos.

El principio del relativismo epistemológico sostiene que los puntos de vista poseen una validez subjetiva y relativa a los diferentes marcos de referencia. Se centra la atención en las prácticas más que en los objetos, y se pasa del conocimiento estático al estudio del conocimiento en uso. Cada uno tiene sus propios datos obtenidos con sus propias mediciones. Aquí son muy útiles estrategias didácticas para favorecer la atención, como las preguntas intercaladas, que ayudan a mostrar los aspectos relevantes del tema, favorecen la reflexión y la comprensión. Igualmente, se destacan estrategias didácticas para mejorar la elaboración de la información por aprender como los gráficos.

El principio de la resignificación progresiva es esencial para el desarrollo del pensamiento como quiero ilustrar. El significado dependerá en gran medida del escenario contextual donde se produce la acción. Este ejemplo se lleva a cabo en el aula de cómputo, donde pueden ir ajustando los parámetros encontrados. Aquí es importante la implementación de estrategias didácticas para favorecer la cooperación, como aprendizaje en equipo y la investigación en equipo, en función de favorecer el desarrollo de habilidades sociales. Igualmente, son esenciales estrategias didácticas para favorecer la recuperación de la información, como lluvia de ideas, que todos puedan brindar sus aportes. Se busca estimular que aprendan a preguntar, buscar ejemplos y contraejemplos, plantear y justificar conjeturas, establecer diferencias y semejanzas, buscar argumentos, así como a reflexionar con interrogantes como ¿qué pasaría si…?

Con el principio de la racionalidad contextualizada, la aspiración es estimular el protagonismo de los estudiantes, y que estos puedan manipular las condiciones de los ejercicios propuestos y establecer productivas conjeturas para analizar la variación o no de propiedades y relaciones al modificarlas, obtener ideas para argumentar su validez, entre otras cuestiones. Las estrategias didácticas para favorecer la actuación, como estudio de casos, con información que posibilite contextualizarlo son ideales en función del desarrollo del pensamiento, porque estimula el análisis, la reflexión, la estructuración de argumentos, el debate. Esto revela el aspecto dinámico y flexible de los procesos del pensamiento matemático, donde los estudiantes le imprimen sus características personales en la resolución de problemas.

Los organizadores del currículo.

La incorporación de los organizadores del currículo como alternativa para la planificación de la enseñanza de las matemáticas puede perfeccionar el trabajo que se realiza para el desarrollo del pensamiento en educación básica (Gamboa y Borrero, 2017). Esta fue la esencia de mi investigación doctoral (Gamboa, 2007), hace casi 15 años, pero que sigo implementando con los mismos propósitos de entonces.

El proceso investigativo que se genera con su empleo y el crecimiento profesional de quienes los utilizan, conjuntamente con el acceso que potencia a valiosos contenidos, son fuentes de indiscutible utilidad en la toma de decisiones. Les presento 6 organizadores que pueden constituirse en bases epistemológicas esenciales:

Los errores usualmente detectados en el aprendizaje de las matemáticas.

El primero de ellos está vinculado a los errores usualmente detectados en el aprendizaje de las matemáticas (Gamboa, 2020). Al respecto, si se quiere desarrollar el pensamiento, entonces debe primar una tendencia a la presentación de tareas de evaluación que estimulen la reflexión. Hay que incorporar los conceptos erróneos y provocar así un conflicto que desemboque en una discusión participativa dirigida a resolverlo.

Hasta los genios pueden equivocarse. Suelen equivocarse, conviene que se equivoquen. Sus creaciones falsas resultan utilísimas por las correcciones que provocan, las investigaciones que estimulan, las pasiones que encienden, las inercias que remueven (Ingenieros, 2001). Entonces, la función del maestro no es perseguir los errores, es entenderlos y hacerlos trascender.

Los errores son una utilísima semilla que debe llegar a flor y a fruto (Gamboa, 2020); por ejemplo, algunos estudiantes cometen el error de afirmar que 0,456>0,57 porque 456>57. Si se propusiera comparar 0,4 y 0,57 esta dificultad no saldría a relucir. Si se quiere desarrollar el pensamiento de un estudiante, entonces hay que estar en condiciones de imaginar lo que pasa por su cabeza cuando enfrenta cada situación. Hay que dejarlos hablar, decir lo que piensan, lo que saben y cómo lo saben, preguntar lo que no saben, confrontar sus conocimientos. Se desarrolla el pensamiento también al disminuir el miedo de recibir una mala calificación o una recriminación. El temor a equivocarnos con frecuencia se convierte en un muro que distancia lo que somos de lo que podríamos llegar a ser. Por eso hay que enfrentarse a los tropiezos, a volver a empezar. Controlar las emociones y afrontar las frustraciones.

Al respecto, recuerdo una anécdota que siempre les hago a mis estudiantes de la formación de profesores de matemáticas. Un profesor escribió en el pizarrón nueve aciertos seguidos y a propósito agregó un error al final para mostrarles cómo se comportan ante algún error. Ninguno lo felicitó por los aciertos, pero todos se burlaron por la equivocación. Aprender es tanto una experiencia intelectual como emocional. Aprender incluye cambios en la mentalidad, las emociones y la voluntad. Estamos formando personas, más amor y menos crueldad.

Los profesores de matemáticas debemos brindar alternativas, retroalimentación y adecuados niveles de ayuda; por ejemplo, en la ejercitación del procedimiento escrito de la multiplicación de números naturales. Ante el error 4*0=4 se puede llamar la atención en la contradicción porque da el mismo resultado que 4*1=4. Se podría acudir a la definición de la operación. Pueden aparecer preguntas como: ¿Qué significa multiplicar un número por otro? ¿Cómo se relaciona la multiplicación con la adición? ¿No estudiamos que 4*0=0+0+0+0? O sea, cuatro veces cero, y entonces, qué resultaría de 3*0?, y de 1452*0?... y de (a+b-c)*0?... de cualquier número por cero.

La diversidad de representaciones.

La diversidad de representaciones es otro de los organizadores que propongo (Castillo y Gamboa, 2020). Existe una tendencia a la presentación de la diversidad existente de manera desconectada. Esto debe ser atendido, en función de contribuir realmente al desarrollo del pensamiento de los estudiantes. Este organizador permite el estudio de diversas facetas y propiedades de un mismo contenido. De tal forma, estos pueden tener una participación más activa y reflexiva; por ejemplo: Cuando se habla de dominios numéricos, números racionales (Q) representan a números fraccionarios y sus opuestos; sin embargo, estos también son expresiones decimales cuyo desarrollo es finito o infinito periódico, el cociente de dos números enteros donde el denominador es distinto de cero, o entre un entero y un natural positivo, entre otras representaciones.

Los estudiantes estudiarán el concepto de fracción de un número a partir de situaciones de la realidad en que se deba repartir, medir o comparar algo. De ahí, que sea productivo proponerles a los estudiantes actividades que abarquen la mayor diversidad posible de situaciones diferentes en que se requiera o tenga sentido el uso de los significados de la fracción como medida, cociente, razón, operador y parte-todo. Al mismo tiempo, hay que insistir en las diferentes formas de representación: de forma verbal, numérica, gráfica y simbólica.

Igualmente, los estudiantes pueden utilizar diferentes representaciones de lo que entienden por triángulo, rectángulo, cateto o hipotenusa cuando hacen referencia a estos conceptos para establecer relaciones entre ellos; por ejemplo, los catetos son: cada uno de los dos lados que forman el ángulo recto en un triángulo rectángulo, los dos lados menores del triángulo rectángulo, los lados que se oponen a los ángulos agudos en triángulos rectángulos, los lados perpendiculares de un triángulo rectángulo.

A partir de ahí se pueden construir sistemas de representación, en función de los significados que manejan los estudiantes. Este organizador potencia el establecimiento gradual de vínculos entre diversas representaciones. Y esto es esencial para el desarrollo del pensamiento; por ejemplo, dos segmentos son perpendiculares si: Forman un ángulo recto, de 90º, uno es altura relativa al otro como lado, son diagonales de un rombo o de un trapezoide simétrico, lados consecutivos de un rectángulo, bisectrices de ángulos adyacentes, lados de un ángulo inscrito sobre un diámetro, lados de un ángulo formado por un segmento y el radio de contacto, o por una cuerda que es cortada en el punto medio por un diámetro o el radio, el producto de sus pendientes es igual a –1.

Esto permite encontrar relaciones entre los hechos, las ideas o las causas y los efectos desde múltiples perspectivas. De manera, que lo más importante es el proceso, los diferentes caminos mediante los cuales puede solucionar el problema, así como las ideas que puede haber detrás de una respuesta. Se sorprenderían de ver cómo la búsqueda de diversidad genera aportes. En mi caso han sido múltiples los ejemplos, como la regla de Gamboa para la división entera de polinomios, los triángulos de Michel y la caja de triángulos para el estudio de la Geometría fractal (Gamboa, 2013; Gamboa y Santiesteban, 2017).

En términos de calidad educativa, esto apunta directamente a las variables de relevancia y pertinencia, desde los contenidos, con indicadores como contemplar la realización de procesos relevantes en la actividad científica, como la modelación, argumentación, establecimiento de conexiones y resolución de problemas, así como incorporar nuevos saberes acorde al sistema de experiencias de la actividad creadora y la cultura de los involucrados.

Las aplicaciones prácticas.

El tercer organizador que propongo son las aplicaciones prácticas (Gamboa, 2006). Al respecto, si se quiere desarrollar el pensamiento, entonces debe primar una tendencia a experimentar las matemáticas en contextos. Es una necesidad que el aprendizaje de las matemáticas se realice en continuo contacto con las situaciones del mundo real que les dieron y les siguen dando su motivación y vitalidad.

Los estudiantes deben entender el porqué del estudio, qué utilidad tienen, en qué situaciones se usan. Así es que hay que presentar los temas vinculados a fenómenos en donde estos adquieren significado. Por ejemplo, el tratamiento de los criterios de semejanza de triángulos puede generar la curiosidad de la búsqueda de medidas a donde no se tiene acceso. Mientras que las aplicaciones de los polinomios se pueden encontrar en el estudio de la estructura molecular de las proteínas, la mecánica de los fluidos, el pronóstico del clima, para estudiar la construcción de edificios, autos, celulares, computadoras, internet, robots, películas con animaciones en 3D, para estudiar la propagación de una enfermedad (COVID 19, por ejemplo).

Las matemáticas "viven" a través de las acciones más básicas de toda actividad humana: construcción de viviendas, actividades de siembra y tejido, elaboración de protocolos para el empleo de fármacos o de tóxicos, elaboración de recetas de cocina, cálculo de dosis médicas, explicitación de conjeturas matemáticas, matematización de fenómenos biológicos, toma de decisiones para inversiones financieras, interpretaciones de la opinión pública, simulación de flujos continuos, trueque en mercados tradicionales. Están presentes en las prácticas cotidianas de todos los seres humanos cuando clasifican, predicen, comparan, transforman, estiman, ajustan, distribuyen, representan, construyen, interpretan, justifican, localizan, diseñan, juegan, explican o miden.

Entonces debe primar una tendencia a ampliar los espacios de formación más allá de las aulas. Los estudiantes deben conocer los problemas y potencialidades del lugar donde viven. Es importante que discutan acerca de las cosas que los rodean. Y los centros deben trabajar en red, apoyándose mutuamente; por tanto, hay que potenciar visitas a talleres, empresas, fábricas o industrias donde se empleen las matemáticas para la producción y los servicios. En términos de calidad educativa, esto apunta directamente al principio de logro, desde los métodos, con indicadores como incentivar la actitud productiva y creadora en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

La diversidad de materiales.

La diversidad de materiales como organizador es una llamada a mejorar la actividad y comunicación matemática, así como activar los procesos del pensamiento y desarrollar convicciones. Persigo la actualización didáctica con TICs para clases en correspondencia con el desarrollo tecnológico disponible (Fernández y Gamboa, 2016, 2017). De tal forma, se puede potenciar el reconocimiento de modelos, la búsqueda de patrones, la generalización, la abstracción, la comprobación, la refutación, la demostración y el planteamiento de conjeturas.

Internet cambió la enseñanza de las matemáticas. Existen portales educativos, páginas personalizadas, foros de discusión, grupos de conversación, chateos, mensajería instantánea para conversaciones en tiempo real, comunicaciones de texto, voz y vídeo, contactos on-line, E-Mail, listas de discusión, grupos de noticias, servicios en línea como Ask.com y motores de búsqueda de internet. Los profesores de matemáticas tienen la obligación de crear productos propios y seguir la tendencia a colaborar en la producción de contenidos. Personalmente utilizo mi página web, mi blog y videos que produzco para el trabajo con mis estudiantes. Esto solo delinea la superficie de cuanto todos debemos estar haciendo hace mucho tiempo.

Igualmente, se sorprenderían de comprobar el impacto que provocan los materiales que producimos. En mi caso me aparecen más de 5000 citas en mi perfil de Google Académico y eso me ha servido para establecer puentes de colaboración con otros docentes e investigadores.

Existe un gran número de software que permite el trabajo dinámico en la enseñanza de las matemáticas, y esto definitivamente es una de las mejores herramientas para el reconocimiento de modelos, la búsqueda de patrones y el planteamiento de conjeturas. Uno de los que más he utilizado en los últimos años es el conocido GeoGebra (Fernández, Gamboa, Rodríguez y Alfonso, 2016; Cruz y Gamboa, 2020). Este permite el trazado dinámico de construcciones geométricas, así como el tratamiento algebraico y otras bondades muy útiles desarrollar el pensamiento, a partir de las posibilidades que ofrece de reflexionar, comparar, valorar, generalizar. Esto genera actividades, ejercicios y problemas más desarrolladores, diferentes a los usuales con lápiz y papel.

La fuerza con la que insisto en la actualización didáctica no significa que sea solamente en el área de la informatización o de los medios audiovisuales. La sobreexposición a dispositivos electrónicos genera bajo rendimiento académico, fracaso escolar, escaso desarrollo de habilidades sociales, conductas agresivas, mala calidad del sueño, obesidad, sedentarismo, depresión, dependencias. Hay que estimular también la tendencia a utilizar recursos sin pantallas electrónicas. El uso de la flexogeometría es un excelente ejemplo (Gamboa, Carmenates, Borrego y Fernández, 2005). Al mismo tiempo, se deben emplear materiales comunes de la vida cotidiana en los que se puede apreciar las matemáticas en acción. Al mismo tiempo, es necesario que aprendan a estudiar y acceder a los contenidos que necesitan por ellos mismos.

En términos de calidad educativa, esto apunta directamente a la variable de equidad, desde los medios de enseñanza-aprendizaje, con indicadores como aprovechar el potencial de la conectividad, así como implicar a los estudiantes en la selección, confección o utilización de medios.

La evolución cultural, histórica y científica.

El quinto organizador que propongo es la evolución cultural, histórica y científica de cada tópico (Yoppiz, Gamboa y Cruz, 2005). La intención es que los estudiantes aprendan a valorar las matemáticas, centrando la atención sobre la necesidad de que tomen conciencia de la interacción que se da entre ellas y las situaciones que las impulsan y del impacto que tienen en su cultura y en sus vidas. Los conceptos básicos surgieron de necesidades y atravesaron un largo período de perfeccionamiento. Metodológicamente, se trata de asimilar el valor cultural de los nuevos contenidos matemáticos.

Valorar las matemáticas tiene múltiples beneficios para el desarrollo del pensamiento. Esto potencia la adquisición de una visión dinámica del desarrollo de las matemáticas que enseñamos, y de sus problemas abiertos. (Al respecto, recuerdo mi motivación como estudiante para la demostración del último teorema de Fermat o de la conjetura de la infinitud de los números primos gemelos. El primer caso lo lograron después de más de 350 años. El segundo está todavía sin demostrar, yo sigo probando y creo que me estoy acercando). Igualmente, esto estimula el desarrollo amplio de capacidades creativas. (También recuerdo la necesidad que tuve de reelaborar la división del concepto cuadriláteros según una única base).

En términos de calidad educativa, esto apunta directamente a la variable de suficiencia, desde las formas de organización, con indicadores como implementar clubes de matemáticas, círculos de interés, proyectos entre otras formas que estimulan la investigación.

Axiología en los contenidos.

Los profesores no solo estamos comprometidos con la transmisión de conocimientos a nuestros estudiantes. Nuestro compromiso incluye además tomar sus manos, andar con ellos, abrir sus mentes, tocar sus corazones, dar forma a sus futuros (Gamboa, 2019a). Educar es un ejercicio de profundo amor y de una generosidad inmensa. Tenemos que estimularlos, motivarlos, cautivarlos e inspirarlos; por ejemplo, en el tema de las fracciones, se desarrolla la fraternidad, basada en la igualdad de derechos y en la solidaridad. En los temas de semejanza, fractales y líneas de simetría se potencia la curiosidad, descubrir cosas nuevas. Con las Probabilidades y Estadísticas se estimula la honestidad, prudencia… sentir, pensar y actuar con franqueza, veracidad, naturalidad y honradez. Por eso es que hay que incorporar momentos de evaluación oral para obtener juicios de valor.

Hay que lograr que la enseñanza de las matemáticas constituya un desafío y una invitación a reflexionar sobre los valores que rigen la vida diaria de nuestros estudiantes en sus relaciones con los demás. Es muy beneficioso ofrecer a los estudiantes la posibilidad de relacionar lo que aprenden con las actuaciones cotidianas de las personas. Así se potencia un enfoque valorativo que desarrolla el pensamiento crítico y reflexivo.

Igualmente se debe atender la inteligencia emocional. La educación emocional debe ocupar un lugar privilegiado en la enseñanza de las matemáticas y debe trabajarse implicando a todos los agentes educativos. Los profesores debemos dedicar una mayor atención a las competencias emocionales.

El arte supremo del maestro es despertar el placer de la expresión creativa y el conocimiento. Es importante comprometer a los estudiantes en la producción de soluciones, si es posible en colaboración con otros. Esto debe hacerse durante el enfrentamiento a problemas que exijan la creación, utilizando los contenidos matemáticos aprendidos y su involucramiento tanto cognitivo como afectivo.

El desarrollo del pensamiento pasa también por la responsabilidad de sacar a flote todo cuanto de bueno, bello y útil podamos hacer brotar en nuestros estudiantes. Ejemplos hay muchísimos de la belleza en las matemáticas, como esta canción de pi (Song from Pi, arreglada por David Macdonald. Original video: https://www.youtube.com/watch?v=wM-x3pUcdeo).

En términos de calidad educativa, esto apunta directamente a la variable de impacto, y el principio de mejora constante desde la evaluación, con indicadores como estimular la reflexión sobre el impacto de las matemáticas en el desarrollo local y global.

CONCLUSIONES.

La desvinculación de los conceptos abstractos de la realidad se ha convertido en un problema constante de investigación en la enseñanza de las matemáticas. Para poder enseñar matemáticas, hay que buscar que los significados de los conceptos puedan tener una representación en la realidad; sin embargo, las principales dificultades para desarrollar el pensamiento de nuestros estudiantes son causadas fundamentalmente por enfocarse solo en los objetos matemáticos. Esto impide mirar procesos matemáticos esenciales. Nos hemos concentrado tanto en los objetos matemáticos que hemos perdido de vista los procesos como el de las representaciones, y entre ellos, el mega proceso que es la resolución de problemas complejos de la realidad. La enseñanza de las matemáticas debe convertirse en un espacio de resolver problemas auténticos, genuinos, reales.

La investigación realizada reveló limitaciones desde la perspectiva del profesorado respecto a su nivel de preparación. Todos nuestros países latinoamericanos presentan un escenario que pudiera ser mucho mejor. Esto identificó una arista necesaria para futuras investigaciones en línea con los hallazgos realizados en esta. Se impone reflexionar cada día sobre estos aspectos que presenté y poner en práctica estas ideas en los procesos formativos. Hay que definitivamente atender la preparación de los docentes. Es imprescindible rediseñar el proceso de formación de docentes a partir de nuevas relaciones, donde se tengan en cuenta las potencialidades de la enseñanza de las matemáticas para el desarrollo del pensamiento. Es un problema pedagógico, pero también biológico, porque la falta de educación matemática reduce los niveles del inhibidor GABA. Tenemos una responsabilidad enorme en la manera en que enseñamos, para que tenga el impacto que de verdad se espera no solo para resolver problemas sino también para aprender a pensar. Desde luego esto implica también el cambio de roles que ciencia, tecnología, escuela, familia y sociedad han venido desarrollando dentro del proceso.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

1. Ballester, S., et al. (2019). *Didáctica de la Matemática (Soporte digital)*, *1*.
2. Calandra, A. (1961). The Teaching of Elementary Science and Mathematics. Washington University Press, St. Louis.
3. Castellanos, S., et al. (2002). Aprender y Enseñar en la Escuela: Una Concepción Desarrolladora. La Habana: Pueblo y Educación.
4. Castillo, Y. y Gamboa, M.E. (2020). *Unidades Didácticas para Matemáticas con carácter interdisciplinario. Los sistemas de representación interdisciplinar en Educación Preuniversitaria*. OmniScriptum Publishing Group, Mauritius: Editorial Académica Española.
5. Cruz, A. y Gamboa, M.E. (2020). Medios de enseñanza y aprendizaje para la Geometría en la formación de profesores de Matemática. *Didasc@lia: Didáctica y Educación*, *11*(2), 289-313.
6. Fernández, H. y Gamboa, M.E. (2016). La didáctica de la Geometría en función del desarrollo tecnológico de la Pedagogía contemporánea. *Bases de la Ciencia*, *1*(1), 37-54.
7. Fernández, H. y Gamboa, M.E. (2017). Actividades con medios dinámicos para el proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos geométricos. *Opuntia Brava*, *9*(3).
8. Fernández, H., Gamboa, M.E., Rodríguez, M. y Alfonso, O. (2016). La Geometría asistida por Geogebra. *Boletín Redipe*, *5*(2), 63-70.
9. Gamboa, M.E. (2006). Aprendizaje y enseñanza de la matemática tomando como bases sus aplicaciones prácticas. In VI Congreso Internacional Virtual de Educación.

10. Gamboa, M.E. (2007). El diseño de unidades didácticas contextualizadas para la enseñanza de la Matemática en la Educación Secundaria Básica. Tesis doctoral. Universidad de Las Tunas.
11. Gamboa, M.E. (2013). Regla de Gamboa para la división entera de polinomios y triángulos de Michel para la Geometría fractal. *Opuntia Brava, 5*(3).
12. Gamboa, M.E. (2019a). Axiología en los contenidos como organizador de la Pedagogía Desarrolladora. *Didasc@lia: Didáctica y Educación, 10*(6), 195-211.
13. Gamboa, M.E. (2019b). La Zona de Desarrollo Próximo como base de la Pedagogía Desarrolladora. *Didasc@lia: Didáctica y Educación, 10*(4), 30-50.
14. Gamboa, M.E. (2020). *Errores en el aprendizaje. Utilísima semilla que debe llegar a flor y a fruto*. OmniScriptum Publishing Group, Mauritius: Editorial Académica Española.
15. Gamboa, M.E. y Borrero, R.Y. (2016). Influencia de la contextualización didáctica en la coherencia curricular del proceso enseñanza-aprendizaje de la Matemática. *Dilemas Contemporáneos: Educación, Política y Valores, 4*(1). Recuperado de: https://www.dilemascontemporaneoseducacionpoliticayvalores.com/index.php/dilemas/article/view/243/657
16. Gamboa, M.E. y Borrero, R.Y. (2017). Influencia de los organizadores del curriculum en la planificación de la contextualización didáctica de la Matemática. *Boletín Redipe, 6*(1), 90-112.
17. Gamboa, M. E., Carmenates, O. A., Borrego, A. y Fernández, H. (2005). Pizarra, papel, computadora: un sistema de medios para la enseñanza de la Geometría. In V Congreso Internacional Virtual de Educación.
18. Gamboa, M.E. y Santiesteban, D. (2017). División entera de polinomios: regla de Gamboa y software didáctico. *Revista Órbita Pedagógica, 4*(3), 63-87.
19. Ingenieros, J. (2001). El hombre mediocre. La Habana: Ed. *Ciencias Sociales*.
20. National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

21. Torres, G.E. (2021). Sistema de estrategias didácticas para mejorar la enseñanza de las matemáticas en el primer semestre del turno matutino, ciclo escolar 2019 – 2020, del Colegio de Bachilleres Plantel 16, Zapata, Acapulco, Guerrero. Tesis doctoral. Centro de Estudios para la Calidad Educativa y la Investigación Científica, Toluca.

22. Yoppiz, Y., Gamboa, M.E. y Cruz, A. (2005). Aprendizaje por descubrimiento en las clases de matemática en la Educación Secundaria. *Boletín de la Sociedad Cubana de Matemática y Computación, 3*(1).

23. Zacharopoulos, G., Sella, F., & Kadosh, R. C. (2021). The impact of a lack of mathematical education on brain development and future attainment. *Proceedings of the National Academy of Sciences, 118*(24).

DATOS DE LOS AUTORES.

1. **Michel Enrique Gamboa Graus.** Doctor en Ciencias Pedagógicas, Licenciado en Educación con especialidades en Matemática-Computación, y Licenciado en Lenguas Extranjeras (inglés). Profesor Titular del Centro de Estudios Pedagógicos de la Universidad de Las Tunas, Cuba. E-mail: michelgamboagraus@gmail.com

RECIBIDO: 5 de septiembre del 2021. **APROBADO:** 10 de diciembre del 2021.