Asesorías y Tutorías para la Investigación Científica en la Educación Puig-Salabarría S.C.
José María Pino Suárez 400-2 esq a Lerdo de Tejada. Toluca, Estado de México. 7223898475
RFC: ATI120618V12

**Revista Dilemas Contemporáneos: Educación, Política y Valores.**
**http://www.dilemascontemporaneoseducacionpoliticayvalores.com/**
**ISSN: 2007 – 7890.**
**Año: IV. Número: 2. Artículo no.6 Período: Octubre, 2016 - Enero, 2017.**

**TÍTULO:** La Geometría Plana: concepciones actuales para su aprendizaje a través de la instrucción heurística.

**AUTORES:**

1. Máster. Hipólito Eulogio Santos Loo.

2. Dr. Michel Enrique Gamboa Grau.

3. Dr. Naury Silva Téllez.

**RESUMEN:** El artículo hace referencia a una de las problemáticas que más inciden en el desarrollo del proceso enseñanza-aprendizaje en la formación inicial del maestro primario referente al aprendizaje de la Geometría Plana, y tiene como objetivo la implementación de actividades didácticas centradas en el uso de una sucesión de indicaciones con carácter heurístico, las que permiten al estudiante ser protagonista en la construcción de sus propios conocimientos. Las actividades diseñadas refieren a una secuencia lógica en la aplicación de la instrucción heurística para la ejercitación de este dominio cognitivo, reflejándose en la calidad del aprendizaje y en el estímulo a los estudiantes a expresar sus ideas y juicios relacionado con la motivación hacia el aprendizaje de la Geometría Plana.

**PALABRAS CLAVES:** geometría, heurística, instrucción, aprendizaje.

**TITLE:** Plane geometry: nowadays conceptions for its learning through the heuristic instruction.

**AUTHORS:**

1. Master. Hipólito Eulogio Santos Loo.

2. Dr. Michel Enrique Gamboa Grau.

3. Dr. Naury Silva Téllez.

**ABSTRACT:** The article refers to the problems that influence the most upon the development of the teaching-learning process during the primary teacher pre-service, regarding the learnnig of Plane Geometry. It has the objective of implementing didactic activities focussed on the use of a series of orientations of heuristic essence, which allow the students to be protagonists in the building of their own knowledge. The activities designed refer to a logical sequence in the application of the heuristic instruction for the exercising of this cognitive domain, reflected in the quality of learning and the stimuli to the students to expressing their ideas and judgements related to motivation towards learning Plane Geometry.

**KEY WORDS:** geometry, heuristics, instruction, learning.

## INTRODUCCIÓN.

La necesidad de desarrollar e impulsar nuevos enfoques pedagógicos que sustenten experiencias educativas más efectivas, constituye uno de los retos que deben asumir todos los comprometidos con la labor de educar las presentes y futuras generaciones.

Las universidades tienen el exigente reto de formar un profesional altamente competitivo en sus esferas de actuación y con una preparación cultural integral, que le posibilite convertirse en un agente transformador de su entorno social y contribuir a que la escuela constituya el principal centro cultural de la comunidad. Por tal razón, los centros encargados de la formación y superación de los maestros, tienen que diseñar y ejecutar un proceso docente-educativo que prepare a sus estudiantes para que puedan aprender de por vida, y a la vez, ofrecer modelos de actuación profesional en función de formar niños y niñas para la vida.

El desarrollo acelerado de la ciencia y la técnica en nuestros tiempos y la cantidad de conocimientos acumulados por el hombre, son realidades de hoy que colocan a la educación ante un gran reto: preparar a las nuevas generaciones para que puedan vivir de acuerdo con su tiempo, en un mundo en el que el ser humano se convierte, cada vez más, en el transformador de la naturaleza, donde los conocimientos se renuevan y enriquecen constantemente.

Como consecuencia de esto, se requiere adecuaciones en la formación del profesional bajo las condiciones que de él demanda la sociedad. Esto supone que el estudiante debe convertirse en protagonista de su propio aprendizaje y el docente debe brindar las herramientas que necesitan para elaborar sus propios conocimientos, y desarrollar habilidades y valores para que sean capaces de resolver los problemas tanto en su vida profesional como en su actuar cotidiano.

La Matemática se encuentra inmersa en estas transformaciones, dado el papel fundamental que corresponde a esta ciencia como instrumento imprescindible para el conocimiento y transformación de la realidad que identifican la acción del hombre; el aprendizaje de esta ciencia brinda la posibilidad al hombre de dar  solución de problemas cotidianos y con ello a su mejor inserción en el mundo.

Uno de los aspectos que ha ocupado a los investigadores en el área del aprendizaje de la Matemática, tanto nacional como internacionalmente, es la enseñanza y el aprendizaje de la Geometría. En esa dirección, la Comisión Internacional de Educación Matemática (ICMI), en 1995, centró su tema de estudio en las perspectivas sobre la enseñanza de la Geometría para el siglo XXI. En el documento de discusión para un estudio ICMI se destaca la necesidad de discutir sobre la identificación de los retos más importantes y las tendencias emergentes para el futuro, así como los impactos didácticos potenciales en la enseñanza y el aprendizaje de la Geometría a partir del aprovechamiento y la aplicación de nuevos métodos de enseñanza.

La Geometría se caracteriza por la resolución de ejercicios y problemas de carácter no algorítmico, por eso el estudiante debe alcanzar una instrucción heurística que le permita resolver con éxito las tareas docentes de cálculo, construcción y demostración.

La enseñanza de la geometría tiene gran incidencia, debido a que brinda métodos, formas de trabajo que influyen directamente en el desarrollo de habilidades y capacidades generales y específicas en los estudiantes.

**DESARROLLO.**

La instrucción heurística es la enseñanza consciente y planificada de reglas generales y especiales de la heurística para la solución de problemas, para lo cual es necesario que cuando se declaren por primera vez las mismas explícitamente, se destaquen de un modo claro y firme, y se recalque su importancia en clases posteriores hasta que los alumnos las aprendan y las utilicen independientemente de forma generalizada, por lo que debe ejercitarse su uso en numerosas y variadas tareas.

Para la propuesta tuvimos en cuenta la instrucción heurística dada por S. Ballester (1992), que tiene vigencia por su aplicación en los diferentes dominios cognitivos de la Matemática, y fundamentalmente en la Geometría Plana, ya que existe la necesidad de relacionar las sucesiones de indicaciones de carácter heurístico con la implementación de nuevos recursos didácticos que contribuyan a la actualización del proceso enseñanza-aprendizaje en función del desarrollo tecnológico existente.

De esta manera, se debe potenciar la incorporación de asistentes matemáticos (algún software que les sirva de asistente matemático para dibujar figuras de análisis, establecer relaciones de dependencias, trabajar conjeturas matemáticas, etc.), que la hagan más atractiva, además de que revelen una mayor cantidad de situaciones de aprendizaje para el ejercicio de la heurística. La intención es que todos sean capaces de llegar a estos niveles en que, además de su pensamiento, utilizan herramientas acordes al desarrollo tecnológico existente para la solución de los problemas.

Para conocer el estado del aprendizaje de la Geometría Plana se determinó, como variable, la instrucción heurística para el aprendizaje de ésta, porque es la enseñanza consciente y planificada de reglas generales y especiales de la heurística que tienen carácter de impulsos dentro del proceso de la solución de ejercicios geométricos, la que contribuye al desarrollo del pensamiento lógico, a desarrollar una independencia cognoscitiva y la integración de los nuevos conocimientos.

Esta variable opera con tres indicadores determinados a partir de la sistematización teórica realizada y una sucesión de indicaciones con carácter heurístico determinado por el autor, y los criterios abordados en la tesis de maestría por A. Cruz (2002).

Los indicadores que caracterizan esta variable son: nivel de conocimientos de las reglas heurísticas, nivel de aplicación de las reglas heurísticas, y actitudes para el aprendizaje de la Geometría Plana aplicando las reglas heurísticas.

Con esta propuesta se potencian acciones y operaciones concretas en la etapa verbal, para que los estudiantes interactúen entre ellos y puedan transitar el camino del pensamiento que les permite su entendimiento de los conceptos geométricos a las palabras que deben ofrecer para explicar los rasgos y propiedades a sus compañeros o al profesor, como uno de los factores determinantes en el desarrollo individual de cada uno de ellos; de manera que les permita internalizar el concepto y aplicarlo a lo largo de su vida personal como ser humano que enfrenta problemas cotidianos, y profesional como maestro de matemáticas en la escuela primaria.

La base del aprendizaje de la Geometría Plana no es la simple observación o escuchar la información sobre el tema, sino que las relaciones, enlaces y procedimientos entre los elementos que componen el contenido del concepto se convierten en una condición necesaria para la acción mental; es garantizar un proceso didáctico que promueva el ejercicio de la comunicación, la interacción y la crítica sobre las propias soluciones, como condición necesaria para un aprendizaje desarrollador, y facilitar el intercambio de ideas entre los estudiantes, garantizando que todos tengan la posibilidad de expresar sus ideas como vías para la atención a la diversidad.

Las sugerencias didácticas que se emplean en la resolución de ejercicios geométricos consisten en impulsos heurísticos que los denotamos con la letra mayúscula ***H*** y un subíndice para enumerarlos en el orden que se aplica en los ejercicios. Estos impulsos tienen carácter de sistema y poseen las características de ser generales y especiales en su implementación por parte del estudiante.

**Sucesiones de indicaciones con carácter heurístico.**

1. **($H_1$)** Dibujar una figura, un esquema que satisfaga las condiciones dadas.
2. **($H_2$)** Identificar los conceptos y sustituir los mismos por sus definiciones y propiedades, escogiendo la notación adecuada y el lenguaje apropiado.
3. **($H_3$)** Precisar lo dado y lo buscado.
4. **($H_4$)** Buscar relaciones entre lo dado y lo buscado.
5. **($H_5$)** Escoger la notación adecuada y el lenguaje apropiado.
6. **($H_6$)** Experimentar (buscar un problema análogo o reducir a un problema ya resuelto, mover, medir, comparar, generalizar, hacer inducciones).

7.- **($H_7$)** Representar la solución en forma lógicamente coherente.

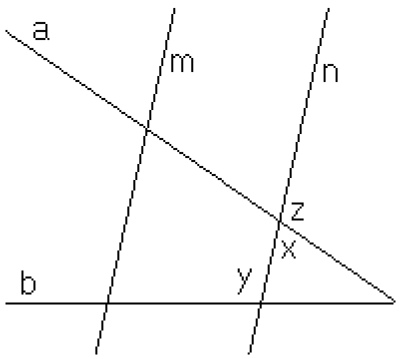
8.- **($H_8$)** Explicar, debatir la solución.

En todas las actividades se utiliza el asistente, el geómetra, para la hacer las figuras y se muestran los impulsos, utilizando el mismo.

**Actividad 1.**

1. En la figura m//n, a y b secantes.

- Calcula los ángulos x, y, z.




***Sugerencias metodológicas.***

**$H_2$** Esclarecer los conceptos y sustituir los mismos por sus características.

- Identifica los conceptos que se infieren desde los datos y la figura dada.

a) Rectas paralelas (m y n).

b) Rectas secantes (a y b).

c) Pares de ángulos en rectas diferentes que se cortan en un punto. Pares de ángulos adyacentes. Pares de ángulos opuestos por el vértice.

d) Pares de ángulos entre rectas paralelas cortadas por una o más secantes (correspondientes, alternos y conjugados).

**$H_3$** Recordar teoremas del dominio matemático correspondiente.

-Teorema de los ángulos alternos, correspondientes y conjugados.

-Teoremas de los ángulos adyacentes.

-Teoremas de las suma de las amplitudes de los ángulos interiores de un triángulo cualquiera.

**$H_4$** Precisar lo dado y lo buscado.

Dado: Los ángulos de $31^0$ y $112^0$

Buscado: Los ángulos x, y, z.

**$H_5$** Buscar relaciones entre lo dado y lo buscado, y entre lo buscado.

Relación entre lo dado y buscado.

Se sugiere que:

- Considere solo una secante y las paralelas dadas.

Paralelas m y n; Secante a.

- Fija el ángulo de $31^0$ y relaciónalo con los demás que aparecen en la secante.

Se obtiene x= $31^0$ por correspondientes entre paralelas.

Se obtiene que $31^0$ no tenga relación con el ángulo z.

Considere solo una secante y las paralelas dadas.

Paralelas m y n; Secante b.

- Fija el ángulo $112^0$ y lo relaciona con los demás que aparecen en la secante.

Y=$112^0$ por alternos entre paralelas.

$112^0$ y el ángulo z no tienen relación.

Relaciona los ángulos buscados.

¿Qué relación hay entre los ángulos y y z? ¿No hay?

¿Qué relación hay entre los ángulos x y z?

Ángulos adyacentes.

X+z= $180^0$

$31^0$+z= $180^0$

Z= $149^0$

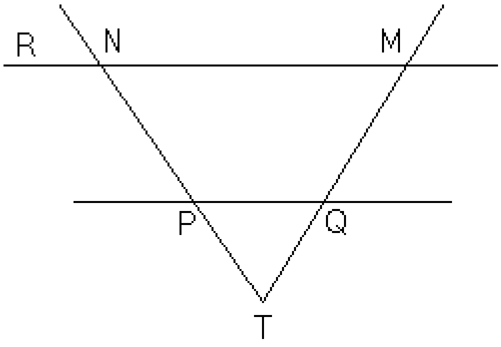
***Evaluación:*** se estimularán a los estudiantes que apliquen las sugerencias heurísticas correctamente en los ejercicios propuestos, lo que propicia el reconocimiento de sus avances en el aprendizaje. Se evalúa cada uno de los resultados que se obtienen en las actividades que se desarrollan.

**Actividad 2.**

En la figura MN//PQ, $\angle RNP = 132^0$

$\angle PTQ = 26^0$

Calcula las amplitudes de los ángulos interiores del trapecio MNPQ.




**Sugerencias metodológicas.**

**$H_2$** Esclarecer los conceptos y sustituir los mismos por sus características.

-Identifica los conceptos que se infieren desde los datos y la figura dada.

a) Rectas paralelas (MN y PQ).

b) Rectas secantes (NT y MT).

c) Pares de ángulos en rectas diferentes que se cortan en un punto. Pares de ángulos adyacentes. Pares de ángulos opuestos por el vértice.

d) Pares de ángulos entre rectas paralelas cortadas por una o más secantes (correspondientes, alternos y conjugados).

**$H_3$** Recordar teoremas del dominio matemático correspondiente.

-Teorema de los ángulos alternos, correspondientes y conjugados.

-Teoremas de los ángulos adyacentes.

-Teorema de la suma de las amplitudes de los ángulos interiores de un triángulo cualquiera. Teorema del ángulo exterior de un triángulo. Teorema de la sumas de las amplitudes de los ángulos interiores de un cuadrilátero convexo.

**$H_4$** Precisar lo dado y lo buscado.

Dado: $\angle RNP = 132^0$ **(**ángulo exterior del trapecio del trapecio MNPQ).

$\angle PTQ = 26^0$ **(**ángulo interior del triangulo PTQ**).**

Buscado: ángulos interiores del trapecio MNPQ ( $\angle N, \angle M, \angle Q, \angle P$ ).

**H$_5$** Buscar relaciones entre lo dado y lo buscado y entre lo buscado.

Buscar relaciones entre lo dado y lo buscado.

Fija un ángulo dado y relaciónalo con los buscados.

Fija el $\angle RNP = 132^0$ y relaciónalo con los ángulos interiores del trapecio.

Se obtiene que el $\angle RNP^0$ es adyacente con el $\angle MNP$ y alternos entre paralelas con el $\angle NPQ$

$\angle RNP^0 + \angle MNP = 180^0$

$\angle MNP = 48^0$

$\angle NPQ = 132^0$

$\angle RNP^0$ No tiene relación con los demás ángulos interiores del trapecio.

Fija el ángulo de $26^0$

No tiene relación con ninguno de los ángulos interiores del trapecio.

El ángulo de $\angle PTQ = 26^0$ y los ángulos interiores del trapecio $\angle MNP$ y $\angle QMN$ son ángulos interiores del triángulo MNT.

Entonces por el teorema de la suma de las amplitudes de los ángulos interiores de un triángulo el

$\angle QMN = 180^0 - (26^0 + 48^0)$

$\angle QMN = 106^0$

Considere solo una secante y las paralelas dadas.

Paralelas MN y PQ; Secante MT.

Establecer relación entre lo buscado.

$\angle QMN$ es conjugado con el $\angle MQP$

$\angle QMN + \angle MQP = 180^0$

$\angle MQP = 74^0$

También por el teorema de la suma de los ángulos interiores del cuadrilátero (trapecio) se obtiene el cuarto ángulo $\angle MQP$.

Las actividades didácticas se concibieron para desarrollarlas en las diferentes formas de organización de la asignatura Matemática, porque se necesita que el estudiante aprenda a resolver ejercicios variados de la Geometría Plana mediante la utilización de la instrucción heurística, de forma tal que propicie el análisis reflexivo y la independencia cognoscitiva desde su papel protagónico en el aprendizaje.

Integralmente, se valoran de positivos los resultados por indicadores, aunque los índices que se alcanzan en la instrucción heurística pueden revelar resultados más favorables que conlleven a los estudiantes a atribuirles un significado en el aprendizaje de la Geometría Plana, utilizando estos procedimientos con carácter heurísticos.

Lo anterior permite concluir que con la aplicación de la instrucción heurística en las actividades didácticas centradas en el uso de impulsos heurísticos en ejercicios geométricos es posible contribuir a la formación integral del maestro en formación.

## CONCLUSIONES.

Como conclusiones del trabajo realizado se presenta que:

1. Las actividades didácticas se diseñaron con el objetivo de contribuir a la instrucción heurística en la formación inicial del maestro primario centrado en el proceso enseñanza-aprendizaje de la asignatura Matemática, que garantiza una atención específica al desarrollo de habilidades del estudiante para la resolución de ejercicios geométricos.
2. La puesta en práctica de las actividades didácticas permitió apreciar los resultados obtenidos, evidenciados en los cambios cualitativos valorados en los estudiantes a partir de la instrucción heurística en aras de resolver ejercicios de la Geometría Plana.

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.**

1. Ballester, S. y otros (1995). Metodología de la Enseñanza de la Matemática. t. 1. Ed. Pueblo y Educación. La Habana, Cuba.

2. Cruz, A. (2009). La instrucción heurística en la enseñanza de la geometría Tesis en opción al título de Máster en Didáctica de la Matemática. Universidad de Ciencias Pedagógicas "José de la Luz y Caballero", Holguín, Cuba.

**BIBLIOGRAFÍA.**

1. Albarrán. J. (2004). Didáctica para enseñanza de la Matemática en la Escuela Primaria. Ed. Pueblo y Educación. La Habana.

2. Almeida, B. y otros (1990). Los procedimientos heurísticos en la Enseñanza de la Matemática. Folleto. La Habana, Cuba.

3. Barcia, R. (2000). La preparación geométrica de los estudiantes de la licenciatura en Educación Primaria. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Universidad de Ciencias Pedagógicas "Carlos Rafael Rodríguez", Cienfuegos, Cuba.

4. Campistrous, L. (1991). Sobre los procedimientos lógicos del pensamiento. O. M. Grado 12º. La Habana, Cuba.

5. Galperin, P. (1986). Sobre el método de formación por etapas de las acciones intelectuales. En: Antología de la Psicología Pedagógica y de las edades. Ed. Pueblo y Educación. La Habana, Cuba.

6. Martín, J (2011). Una alternativa metodológica para la introducción de los ejercicios de nuevo tipo en la enseñanza de la Matemática. Tesis presentada en opción al Título Académico de Máster en Didáctica de la Matemática. I.S.P.E.J.V, La Habana, Cuba.

7. Molina, M. (2001). Sobre la técnica de preguntar y la formulación de impulsos en las clases de Matemática de los preuniversitarios habaneros. Ponencia. Pedagogía Internacional. La Habana, Cuba.

8. Müller, H. (1986). Formas de trabajo heurístico en la enseñanza de la Matemática. La Habana, Cuba.

9. ________. (1995). Los procedimientos heurísticos en la enseñanza de la Matemática. Folleto.

10. Proensa, Y. (2002). Modelo didáctico para el aprendizaje de los conceptos y procedimientos geométricos en la escuela primaria. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Universidad de Ciencias Pedagógicas "José de la Luz y Caballero", Holguín, Cuba.

**DATOS DE LOS AUTORES:**

**1. Hipólito Eulogio Santos Loo.** Licenciado en Educación, especialidad Matemática por el Instituto Superior Pedagógico "José de la Luz y Caballero". Profesor Auxiliar. Universidad de Las Tunas, Cuba. Profesor de Matemática del Departamento Educación Infantil. Correo electrónico: kenia@ult.edu.cu

**2. Michel Enrique Gamboa Grau.** Licenciado en Educación, especialidad Matemática por el Instituto Superior Pedagógico "Pepito Tey". Profesor Titular. Universidad de Las Tunas, Cuba. Profesor de Matemática. Correo electrónico: michelgg@ult.edu.cu

**3. Naury Silva Téllez.** Licenciado en Educación, especialidad Educación Primaria por el Instituto Superior Pedagógico "José de la Luz y Caballero". Profesor Titular. Universidad de Las Tunas, Cuba. Profesor de Didáctica de la Matemática. Decano de la Facultad Ciencias de la Educación Básica. Correo electrónico: naury@ult.edu.cu

**RECIBIDO:** 7 de septiembre del 2016. **APROBADO:** 25 de septiembre del 2016.