Asesorías y Tutorías para la Investigación Científica en la Educación Puig-Salabarría S.C.
José María Pino Suárez 400-2 esq a Lerdo de Tejada. Toluca, Estado de México. 7223898475
RFC: ATI120618V12

Revista Dilemas Contemporáneos: Educación, Política y Valores.
http://www.dilemascontemporaneoseducacionpoliticayvalores.com/
Año: XI Número: Edición Especial. Artículo no.:1 Período: Diciembre, 2023

TÍTULO: Realidades en el aprendizaje y la evaluación de matemáticas en el nivel medio superior: Universidad Politécnica de Atlautla del Estado de México.

AUTORES:

1. Dr. Silverio Gerardo Armijo Mena.

2. Dr. Mijael Altamirano Santiago.

RESUMEN: En México, de acuerdo con los lineamientos dados por la Secretaría de Educación Pública, se recomienda al inicio de cada ciclo escolar realizar una evaluación diagnóstica para conocer el grado de conocimientos que tienen los estudiantes que inician su nuevo periodo de estudios. Este instrumento aplicado en estudiantes de nivel superior de ingenierías y administración es el que permitió identificar sus carencias de conocimientos en matemáticas. Los resultados de esta investigación dan cuenta de algunas de las limitaciones cognitivas y psicológicas que afrontan estudiantes de la Universidad Politécnica de Atlautla del Estado de México en esta materia y muestran que el aprendizaje en ciclos anteriores ha dejado de lado el razonamiento y ha privilegiado el memorístico.

PALABRAS CLAVES: evaluación, razonamiento, aprendizaje.

TITLE: Realities in the learning and evaluation of mathematics at the high school level: Polytechnic University of Atlautla of the State of Mexico.

AUTHORS:

1. PhD. Silverio Gerardo Armijo Mena.

2. PhD. Mijael Altamirano Santiago.

ABSTRACT: In Mexico, in accordance with the guidelines given by the Ministry of Public Education, it is recommended at the beginning of each school year to carry out a diagnostic evaluation to know the level of knowledge that students who begin their new period of study have. This instrument applied to higher level engineering and administration students is what allowed them to identify their knowledge gaps in mathematics. The results of this research show some of the cognitive and psychological limitations faced by students at the Polytechnic University of Atlautla in the State of Mexico in this subject as well as that learning in previous cycles has left aside reasoning and has privileged rote learning.
KEY WORDS: evaluation, reasoning, learning.

INTRODUCCIÓN.

Esta investigación trata de las matemáticas, y en particular, del aprendizaje y evaluación de lo aprendido, por lo que se considera importante exponer un grupo de reflexiones. Las matemáticas, como las conocemos actualmente, no siempre fueron así, lo que tenemos actualmente es el producto del pensamiento humano que buscó solucionar, representar, o tal vez resolver problemas prácticos del ser humano, y ejemplo de esto, fue el cubrir la necesidad de saber o identificar de alguna manera cuanto alimento tenían, cuanto habían sembrado, cuanta extensión de tierra habían usado para tal efecto, cada cuando se presentaban los ciclos agrícolas; esto es, el tiempo entre ciclos, entre otras muchas dificultades. Conforme fue transcurriendo el tiempo y se fueron resolviendo este tipo de conflictos, también se fue dando paso al uso del razonamiento más "amplio" como elemento indispensable para la generación y producción de este tipo de conocimiento y formas o métodos de enseñanza para solucionar problemas de la época.

A ese respecto, Kant (2003, p.171) dice que "No se puede dudar que todos nuestros conocimientos comienzan con la experiencia, …, pero sí es verdad que todos nuestros conocimientos comienzan con la experiencia, todos; sin embargo, no proceden de ella"; un ejemplo de lo anterior son las matemáticas.

Han sido ampliamente conocidos y documentados los bajos resultados que obtuvieron los estudiantes mexicanos en las evaluaciones efectuadas por el Programa Internacional de Evaluación de los Alumnos (PISA) durante los años del 2009 al 2018, principalmente en lo referente a matemáticas, ciencia y lectura, evaluaciones en las que México como miembro de la OCDE debe participar y los resultados obtenidos han sido reportados por el Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE 2019) y por el Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes (PLANEA 2017).

Es ampliamente conocido por todo docente, que es recomendable al inicio de cada nuevo semestre o año escolar, aplicar un instrumento que pareciera ser solo es utilizado dentro del ámbito académico en los niveles de educación básico (NEB) y nivel medio superior (NMS) principalmente como un elemento más para cumplir con una normatividad impuesta o sugerida por la autoridad educativa, tal vez sin darle la importancia a su utilidad y alcances en la enseñanza, es la evaluación diagnóstica.

La evaluación diagnóstica es aquella que se realiza previamente al desarrollo de un proceso educativo, cualquiera que éste sea … Evaluación diagnóstica inicial. Entendemos por evaluación diagnóstica inicial, la que se realiza de manera única y exclusiva antes de algún proceso o ciclo educativo amplio (Díaz y Barriga, 2002, p. 396).

DESARROLLO.

Metodología.

Se aplico una metodología cuantitativa, con la cual se obtuvo datos numéricos sólidos, que permitieron analizar y comprender mejor las realidades en el aprendizaje y la evaluación de matemáticas en la Universidad Politécnica de Atlautla del Estado de México, asegurándonos de seguir los procedimientos éticos de investigación y obtener el consentimiento de los participantes antes de recopilar datos.

Una metodología cuantitativa es un enfoque de investigación que se centra en la recopilación y el análisis de datos numéricos y estadísticos para responder a preguntas de investigación y evaluar hipótesis. Este enfoque se utiliza para medir variables específicas, identificar patrones y tendencias, y generalizar los resultados a una población más amplia.

Antecedentes.

Se inicia con un diálogo entre un estudiante de segundo año de ingeniería en sistemas durante una clase normal de matemáticas, en donde se debían de resolver algunos ejercicios algebraicos:

E. Profe ¿cuánto es 9 x 7 (nueve por siete)? porque no me acuerdo.

P. Jajajajaja, 9 x 7 = 63 (nueve por siete son sesenta y tres).

E. Gracias profe.

P. Pero ten **¡¡¡ cuidado ehh !!!** porque si cambias el orden de las cantidades; es decir, 7x9 (siete por 9) ¿cuánto te daría?

Después de unos segundos de *"profunda reflexión"* por parte del estudiante su respuesta fue:

E. Pues 36 (treinta y seis) profe.

P. ¡¡¡Bien!!! por eso ten cuidado.

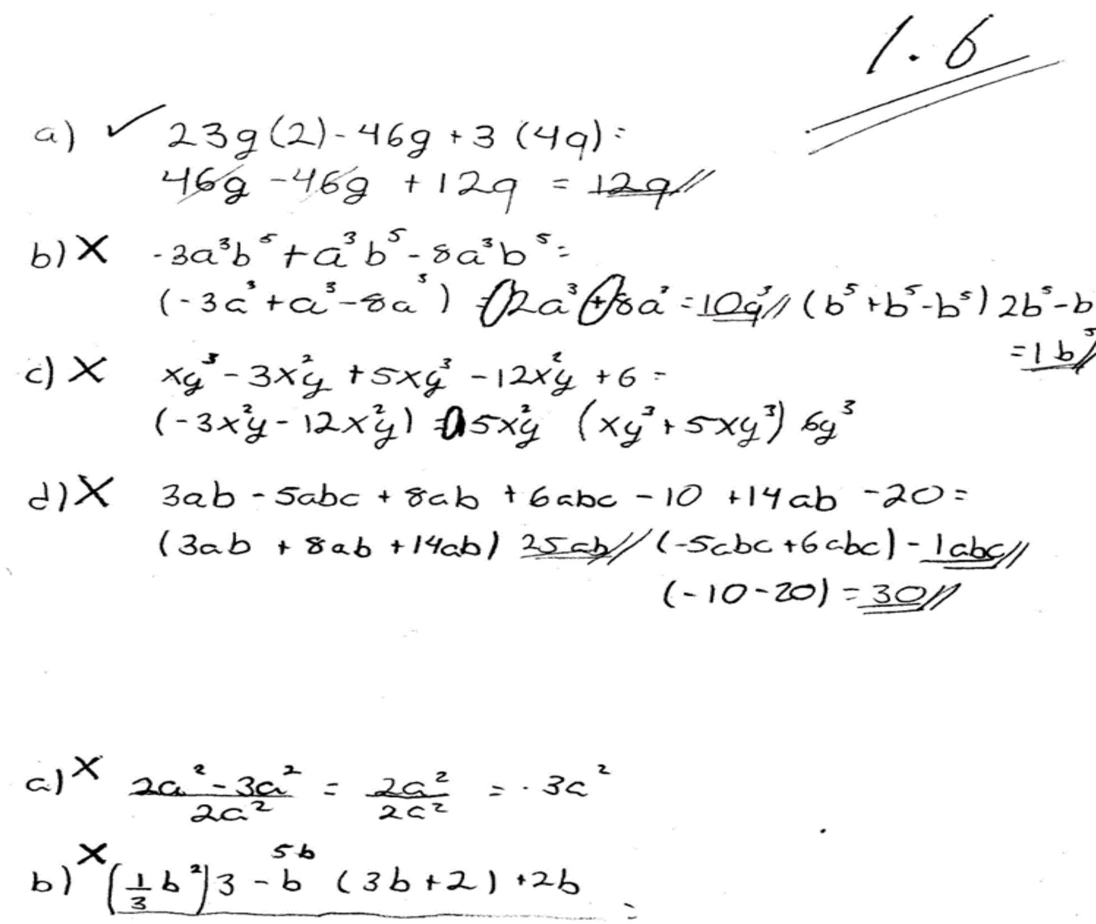
E. Gracias maestro.

Pareciera broma, pero es anécdota real que comparte el autor de este artículo.

En el año del 2015 en la Universidad Politécnica de Atlautla (UPA) ubicada en el municipio del mismo nombre perteneciente al Estado México, se realizaron las evaluaciones diagnósticas acostumbradas de la unidad de aprendizaje, "Introducción a las matemáticas", estas evaluaciones consistían en 10 ejercicios de álgebra, a grupos de segundo año de las carreras de Ingeniería y de primer año de la carrera de Administración (Pymes). A continuación, se presentan algunos resultados que entregaban los estudiantes después de realizar las acostumbradas evaluaciones mensuales. Se muestran estas, porque se consideró son las más representativas del tipo de respuestas que entregaban los estudiantes universitarios de las carreras ya citadas; ver fig.1 (a) (b) (c).

Las figuras corresponden a la unidad de aprendizaje Introducción a las matemáticas, las dos primeras figuras 1(a) y 1(b) pertenecen al tema de álgebra básica y la tercera, 1(c) al de trigonometría con el subtema de conversión de grados a radianes y viceversa.

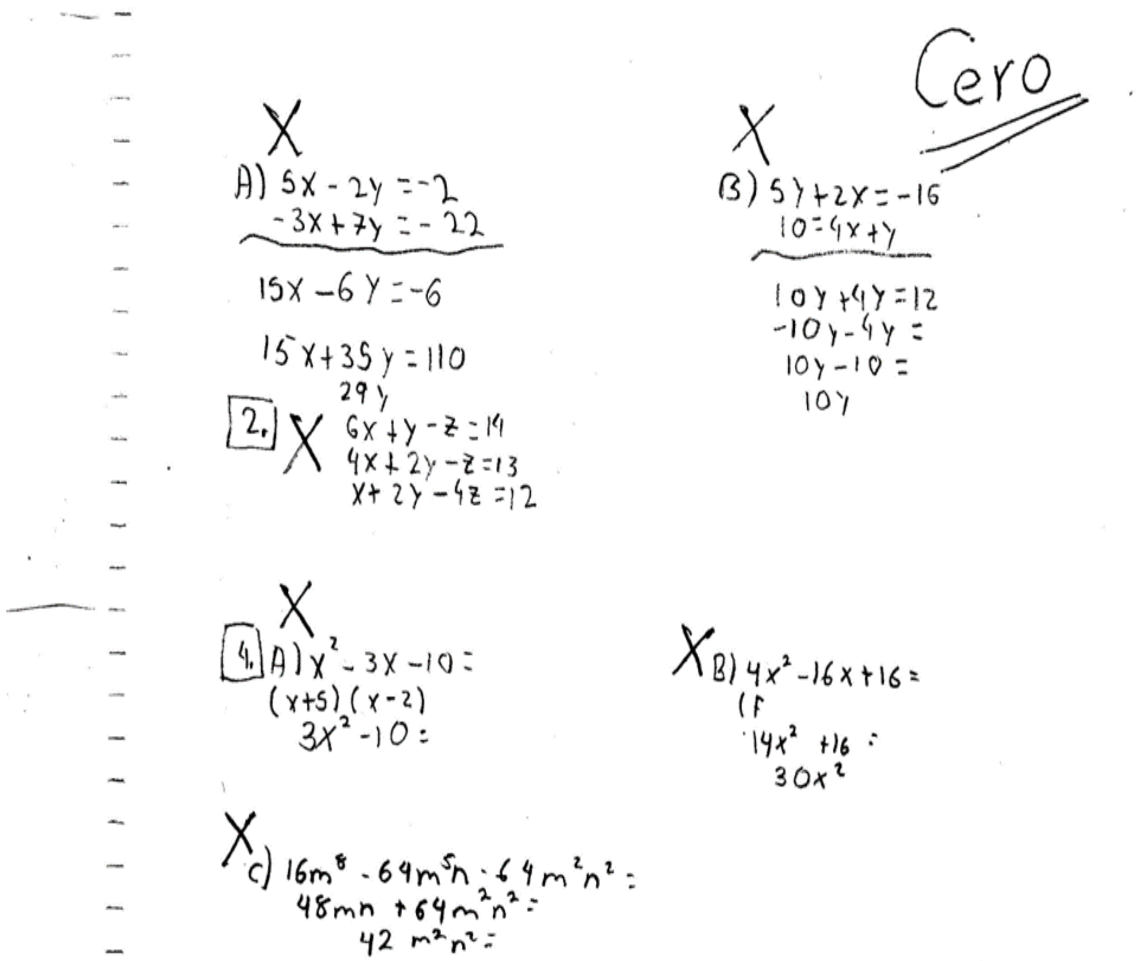
Figura 1 (a): Álgebra básica: Algunos resultados de las evaluaciones de tercer cuatrimestre de las carreras de Pymes, Ingeniería en Manufactura e Ingeniería en Sistemas.



Fuente: Respuestas de un estudiante.

Se puede apreciar, muy claramente, que en el ejercicio ***b*** y ***c***, el estudiante no sabe manejar los signos algebraicos; en el inciso ***d***, no sabe cómo expresar los resultados parciales, y por lo mismo, no puede llegar a un resultado final. En los últimos dos incisos, que corresponden a otra pregunta, no sabe cuánto da $\frac{2a^2}{2a^2}$ y ya no supo qué hacer con el término restante.

Figura 1 (b): Álgebra lineal, sistemas de ecuaciones.



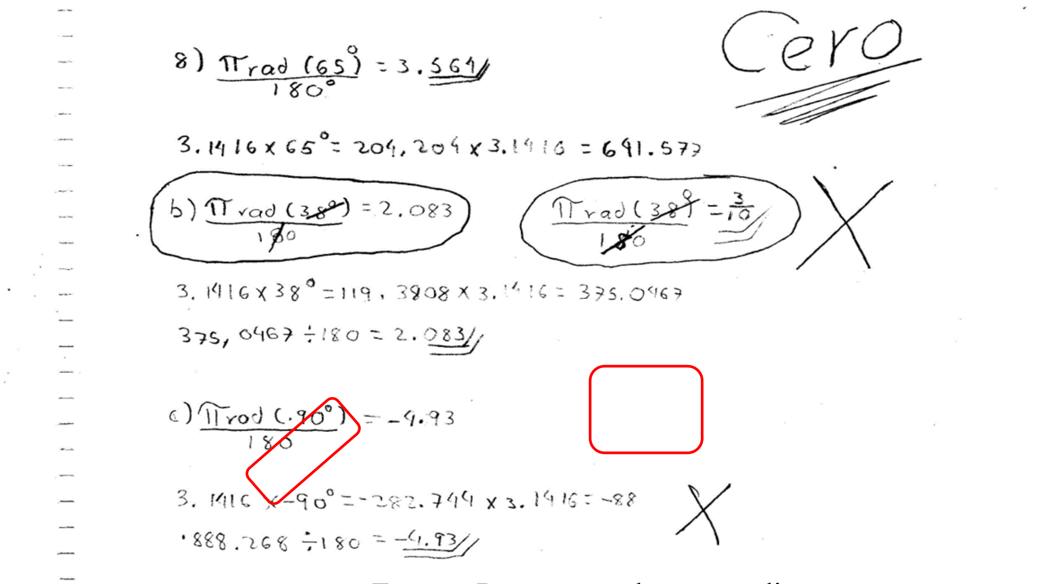
Fuente: Respuestas de un estudiante.

En estos ejercicios correspondientes al tema de sistemas de ecuaciones es notorio en los incisos ***A*** y ***B,*** que este otro estudiante solo tiene un vago recuerdo del procedimiento para encontrar la solución de este tipo de ejercicios. En el ejercicio dos correspondiente a un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas ni siquiera lo intenta.

En el ejercicio 4 con tres incisos, se busca factorizar la ecuación original, y este tercer estudiante, de nueva cuenta muestra tener una ligera idea de cómo hacerlo, pero no lo logra.

En el siguiente ejemplo se presentan las respuestas que dio otro estudiante de la carrera de ingeniería en sistemas, figura 1 (c).

Figura 1 (c): Trigonometría, conversión de grados a radianes.



Fuente: Respuestas de un estudiante.

Tal vez este sea el ejemplo más significativo de todos; lo que está dentro de los rectángulos en color rojo muestra lo siguiente.

a) Desconocimiento de la diferencia entre cantidad y número: el estudiante sabe que si divide un número entre otro igual, el resultado es uno, esto es: $\frac{a}{a} = 1$, por lo tanto, él dice: si tengo esta cantidad $\frac{38}{180}$ puedo eliminar el 8 del numerador y el 8 del denominador $\frac{38}{180}$ dando como resultado $\frac{3}{10}$

b) Un razonamiento correcto, fundamentado en conceptos erróneos.

c) Nulo análisis del resultado obtenido.

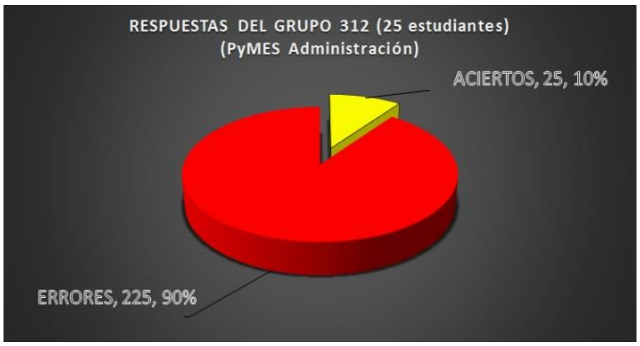
d) Mecanización para ejecutar las operaciones indicadas.

En las gráficas 1 (a), (b), (c) y (d) se muestran los gráficos de los resultados generales de los grupos evaluados.

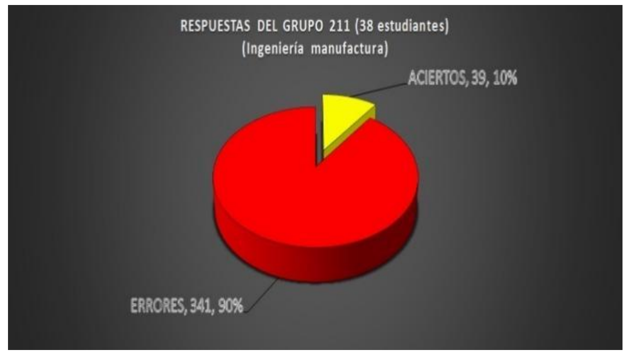
Gráfica 1: Respuestas dadas por 138 alumnos de 4 grupos diferentes de la UPA.

(a)

(b)



(c)



(d)

Fuente: Elaboración propia con base en los resultados que obtuvieron los estudiantes.

En la tabla 1 se muestran de forma concentrada los resultados obtenidos por este grupo de estudiantes.

Tabla 1. Concentrado de resultados de los estudiantes de la UPA.

	Respuestas de 138 estudiantes de nivel superior		
	Aciertos.	Errores.	Respuestas totales.
Total.	199	1181	1380
Porcentaje de respuestas acertadas.	14.4	85.6	
No. de respuestas promedio / alumno.	1.4	8.6	
Promedio de calificaciones.	**1.4**		

Fuente: Evaluación *in situ.*

Los resultados sorprenden, y es de llamar la atención, por lo que surgieron las siguientes reflexiones entre otras muchas.

a) ¿Qué les están enseñando en la preparatoria?

b) ¿Estará mal diseñado el cuestionario diagnóstico para las matemáticas?

c) Como docente, ¿estamos transmitiendo mal el conocimiento, conduciendo inapropiadamente el aprendizaje, usando una didáctica fuera de contexto o inadecuada?

d) ¿Cómo o porqué han avanzado en sus grados académicos hasta el que se encuentran actualmente?

Con referencia a este último inciso, no existe una política educativa que obliga al docente a modificar el resultado concreto de la calificación o los puntos asignados al total de ejercicios resueltos correctamente.

Ejemplo.

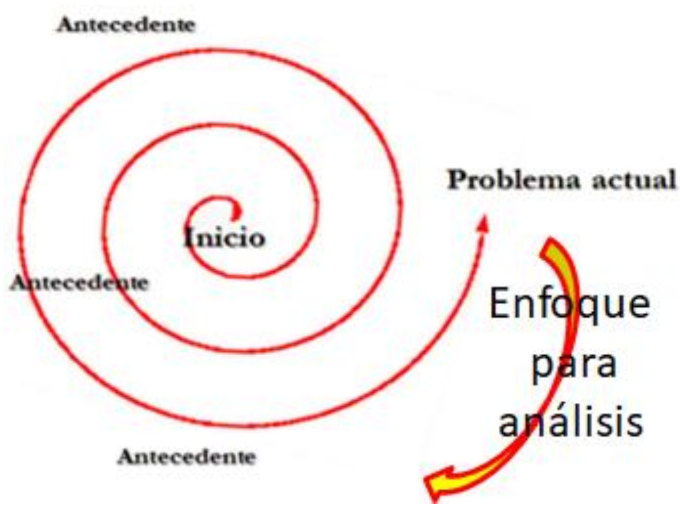
Para 5 ejercicios, aplicando una escala de 0 a diez, por cada respuesta acertada se le asignan dos puntos; de tal forma, que si los cinco ejercicios son resueltos de forma correcta, su calificación será de 10, pero este resultado representa solo un porcentaje, no mayor al 50 por ciento de la calificación total; también habría que tomar en cuenta las asistencias con otro porcentaje, la conducta o comportamiento dentro de la clase con otro porcentaje, las participaciones orales o escritas con otro porcentaje; de tal forma, que al final no importaba que el estudiante no pudiera resolver los ejercicios; expresado en otras palabras, que no hubiera aprendido, por promedio acreditaba la materia, y esto es, que podía continuar en el siguiente grado escolar. Es aquí en donde surge una primera inquietud por encontrar una explicación a los resultados obtenidos, y como un primer paso, se preguntó a otros profesores que también impartían matemáticas en la UPA, en grados más avanzados, cuál era su percepción y opinión en cuanto al conocimiento que tenían de matemáticas; la respuesta fue la misma, siempre nos llegan igual *"no saben álgebra"* y es un problema para nosotros, nos retrasa en nuestro programa el tener que enseñar lo básico de la asignatura.

Tomando como premisa verdadera la respuesta que daban los profesores, aunado a los resultados mostrados, se identificó el siguiente problema: *El estudiante de nuevo ingreso en el nivel superior (NS) llega con escasos conocimientos de álgebra.*

Las acciones o estrategias que comúnmente son llevadas a cabo por parte de las autoridades escolares en conjunto con los docentes, ante esta clase de resultados son las tradicionales: Elaborar o diseñar cursos de capacitación para docentes, talleres de matemáticas para alumnos y/o docentes, dar cursos de regularización a los alumnos con calificaciones reprobatorias, mandar a los alumnos a que recursen la materia, realizar exámenes extraordinarios, formar grupos especiales y dejarles *n* cantidad de ejercicios como trabajo especial, para que aumenten su calificación.

Estas estrategias han servido de muy poco o nada, los estudiantes siguen teniendo los mismos resultados y el problema continua presente. Ahora bien, si estas propuestas no han dado los resultados esperados ¿de qué otra forma se podría apoyar a los estudiantes y docentes ante esta dificultad para evitar y disminuir la cantidad de reprobados en matemáticas? Se enfocó el problema en forma diferente, se partió del problema actual, de los resultados obtenidos, pero ahora se pensó en sentido inverso; esto es, haciendo una especie de ingeniería en reversa o en una especie de espiral dialéctica invertida, que consiste en identificar cuál era la razón o antecedente por el que el estudiante obtiene estos resultados en matemáticas; ver figura 3.

Figura 3. Enfoque para identificar la razón del problema actual.



Fuente: Elaboración propia.

Bajo este enfoque surgió de forma directa el objetivo general de la investigación: *Identificar qué factores cognitivos les hacen falta a los estudiantes de bachillerato para aprender álgebra, por lo que se pensó en utilizar instrumentos de evaluación psico-operativos.*

Discusión.

Aplicación de un instrumento de evaluación diagnóstica para matemáticas en diferentes preparatorias de la región de los volcanes del Estado de México.

Tomando como base todo lo anteriormente expuesto, se diseñó un instrumento de 26 reactivos (ejercicios para resolver) y se contemplaron dos preguntas relacionadas con la forma de estudio y dificultades que tienen o sienten tener los estudiantes del Nivel Medio Superior (NMS) para aprender las matemáticas; las respuestas a estas dos preguntas podían tener diferentes alternativas de ser contestadas.

Se aplicó el instrumento a diez grupos diferentes, dando un total de 447 estudiantes de tres preparatorias distintas, pero de la misma región de los volcanes; las preparatorias se encuentran ubicadas en los municipios de Atlautla, Tepetlixpa y Cuijingo; estos municipios aportan estudiantes egresados de sus preparatorias a la UPA. Es importante mencionar, que el instrumento se aplicó a finales del ciclo escolar, porque serían los estudiantes que ingresarán al nivel superior (NS) y solo se tomaron en cuenta ejercicios algebraicos de tercero de secundaria, dejando de lado la geometría, la estadística, la probabilidad y otros temas; el contenido del instrumento se describe en la tabla 2.

Tabla 2. Contenido del instrumento de evaluación teórico-conceptual para las preparatorias.

No. de ejercicios.	Contenido.
1	Lectura de comprensión e interpretación en lenguaje matemático.
4	Aplicación de la formula general para ecuaciones de segundo grado.
4	Encontrar el valor de la incógnita en ecuaciones de primer grado.
4	Factorización.
2	Multiplicación de un binomio por otro binomio.
1	Elevar al cubo un binomio.
4	Operaciones aplicando las leyes de los exponentes.

3	Sistemas de ecuaciones de tres incógnitas.
1	Pensamiento matemático (nivel de secundaria).
1	Aplicar la propiedad de la igualdad en las ecuaciones.
1	En un grupo de ejercicios identificar la propiedad conmutativa.

Fuente: Elaboración propia.

El instrumento diseñado también contenía dos preguntas adicionales, en donde el estudiante podía dar varias respuestas. Las preguntas estaban relacionadas con su forma de estudiar y las dificultades para aprender matemáticas, sus posibles respuestas se presentan en la tabla 3.

Tabla 3: Preguntas indagatorias que reflejen el sentir del estudiante.

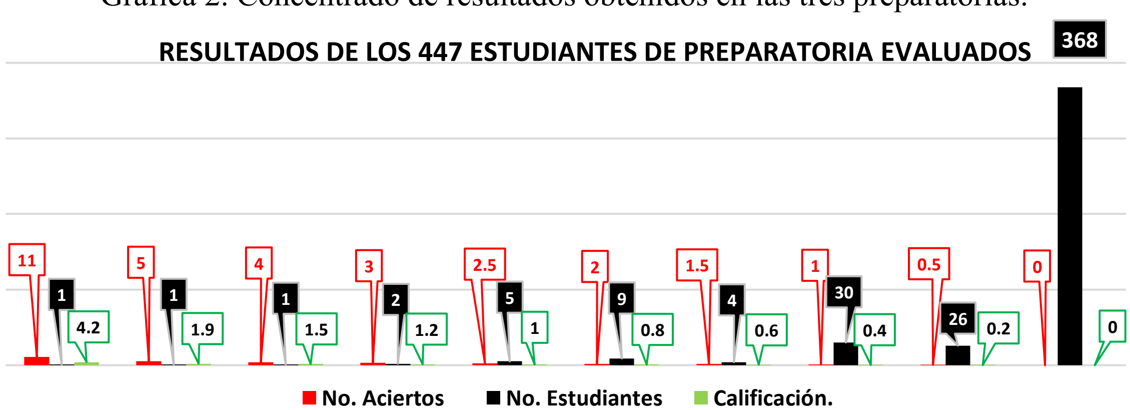
Pregunta	Posibles respuestas
1 ¿Cuál de estos métodos de estudio usa usted para aprender matemáticas?	a. Copio todo lo que está en el pizarrón b. Memorizo el procedimiento que veo en el pizarrón c. Copio todo lo que está en el pizarrón y en casa resuelvo ejercicios (más de 15) del libro. d. Consulto el procedimiento de resolución en internet e. Solo hago la tarea que me deja el profesor y consulto en internet para ver cómo se resuelve ese tipo de ejercicios. f. Identifico perfectamente el tipo de operaciones (jerarquía de operaciones) que debo ejecutar y aplico las leyes de los signos y propiedades de las operaciones en cada ejercicio de tarea. g. Consulto en diferentes libros cuando no entiendo el ejercicio que estoy resolviendo h. Tengo otro método (Explique cuál).

2. Las matemáticas se me dificultan porque.	a. No entiendo los símbolos matemáticos. b. No sé qué propiedades matemáticas usar. c. No entiendo que operaciones debo hacer primero y luego después. d. Me cuesta trabajo hacer operaciones con fracciones. e. No estoy seguro de lo que hago. f. No me acuerdo de todos los procedimientos y me confundo. g. Se me olvida lo que me explica el profesor. h. No me han explicado bien los profesores anteriores. i. Me distraigo con facilidad en clase. j. No me gustan y no las quiero aprender. k. No estudio en casa. l. No tengo libros. m. No hago ejercicios en casa porque los entiendo muy bien clase. n. No les encuentro utilidad práctica.

Fuente: Elaboración propia.

Una vez que se aplicó el instrumento de evaluación, se capturaron y procesaron los datos, así como las respuestas a los ejercicios; esto es a la parte teórica y operativa, como se muestran en la gráfica 2.

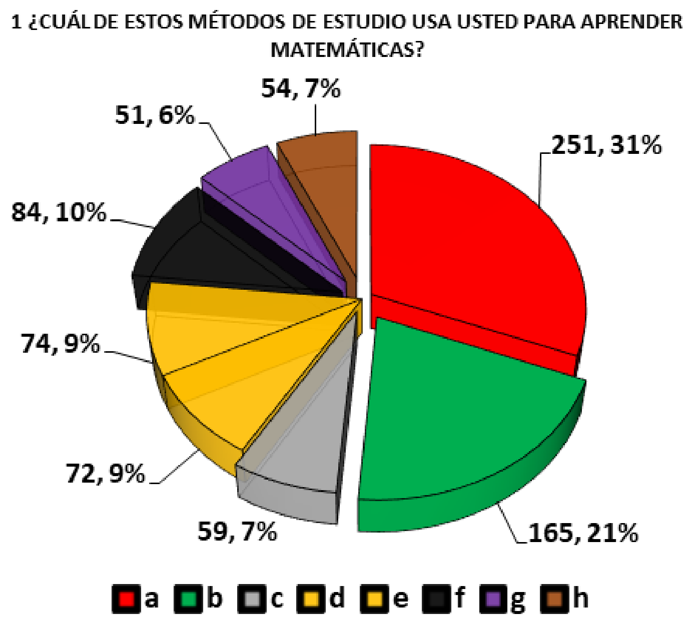
Gráfica 2. Concentrado de resultados obtenidos en las tres preparatorias.



Fuente. Elaboración propia tomando los resultados de la evaluación diagnóstica.

De los 447 estudiantes evaluados, hubo 368 ceros y la máxima calificación obtenida por una estudiante fue 4.2 al resolver acertadamente solo 11 de los reactivos. Las respuestas referentes a la forma de estudiar que tenían estos estudiantes y que corresponde a la pregunta 1 se muestran en la gráfica 3.

Gráfica 3: Cantidad y porcentajes de estudiantes que respondieron ¿cuál es su método de estudio para las matemáticas?

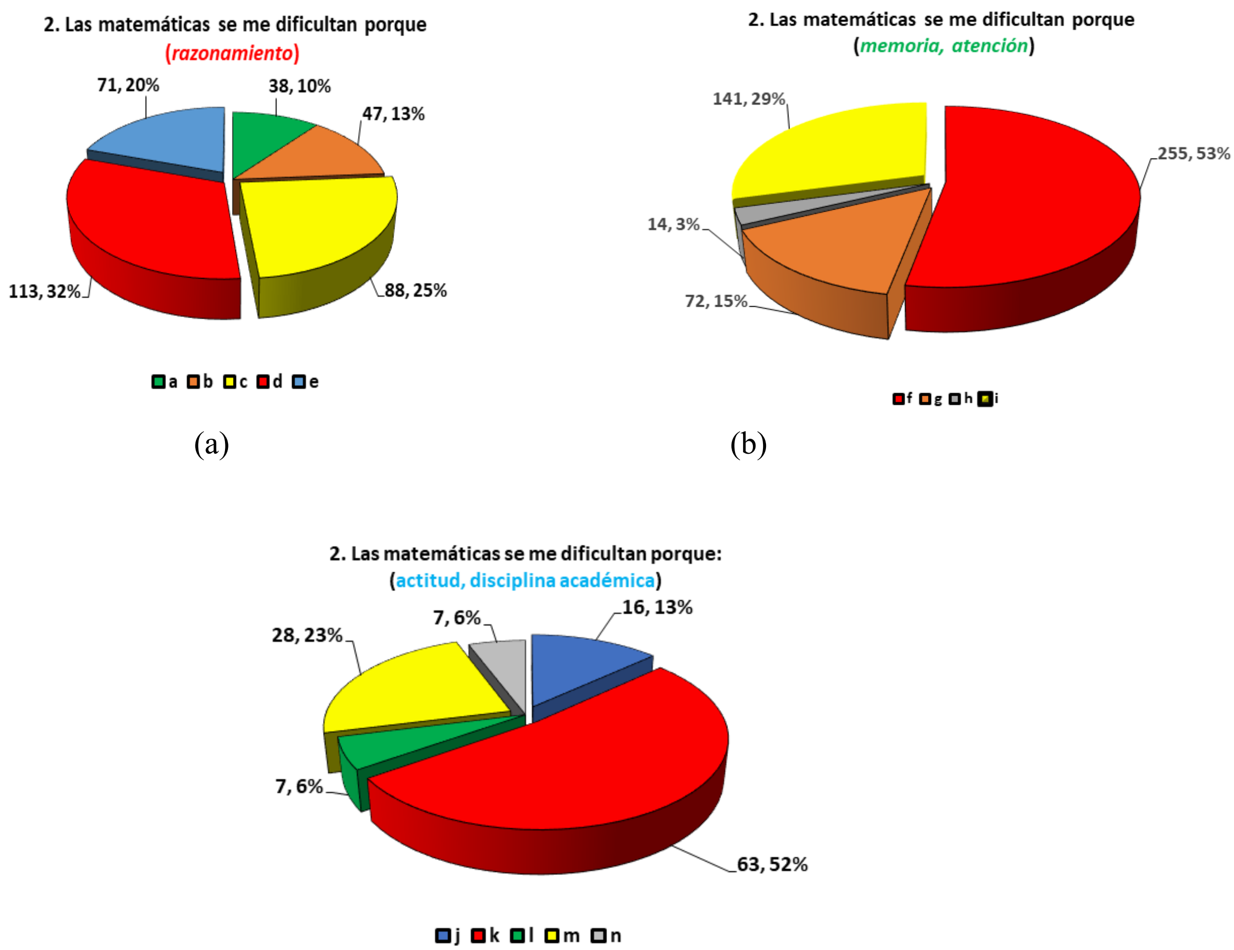


Fuente. Elaboración propia.

De la gráfica 3 resalta lo siguiente, 251 estudiantes copian del pizarrón, lo que pone o explica el profesor; esta cantidad corresponde al 31% de la población evaluada. La memorización del procedimiento es practicada por 165 estudiantes, lo que corresponde al 21%. En cuanto a los incisos (d) y (e) son los que hacen referencia a si el estudiante usa el internet para ver cómo se resuelven los ejercicios.

Con referencia a las dificultades que tienen para aprender, en las gráficas 4 (a), (b), (c), se muestran los resultados de la pregunta 2 en donde las respuestas buscan identificar si están usando el proceso del razonamiento, solo la memoria para recordar cosas y atención en la explicación que da el profesor para resolver los ejercicios, así como algunas actitudes y disciplina en el estudio de matemáticas.

Gráfica 4. Respuestas al porqué se les dificulta aprender matemáticas.



Fuente. Elaboración propia.

En la gráfica 4 (a) resaltan tres respuestas, hay 113 estudiantes que representan al 32 % de la población evaluada que dicen no saber qué propiedades matemáticas usar en la solución de los ejercicios, 81 estudiantes que representan el 25% no entienden qué operaciones hacer primero (jerarquía de las operaciones) y al 20% que corresponde a 71 estudiantes se les dificultan las operaciones con fracciones; todo esto se resalta en el nivel universitario.

En la gráfica 4 (b) son 255 estudiantes que representan el 53% de los encuestados y dicen que no recuerdan el procedimiento a seguir para resolver los diferentes tipos de ejercicios, y lo anterior se ve reforzado con el 29% que corresponde a 141 estudiantes que se distraen con facilidad en clase, expresan no recordar lo que explica el profesor en clase, agregando también que otro 15% no recuerdan lo que expone el profesor.

En la gráfica 4 (c) que corresponde a elementos actitudinales y de disciplina académica, esto es hábitos de estudio, afirma un 52% no estudiar en casa, y un 23% no hacer ejercicios; esto es, no practicar lo aprendido; finalmente, un 13% afirma que no les gustan las matemáticas y no las quieren aprender.

Resultado.

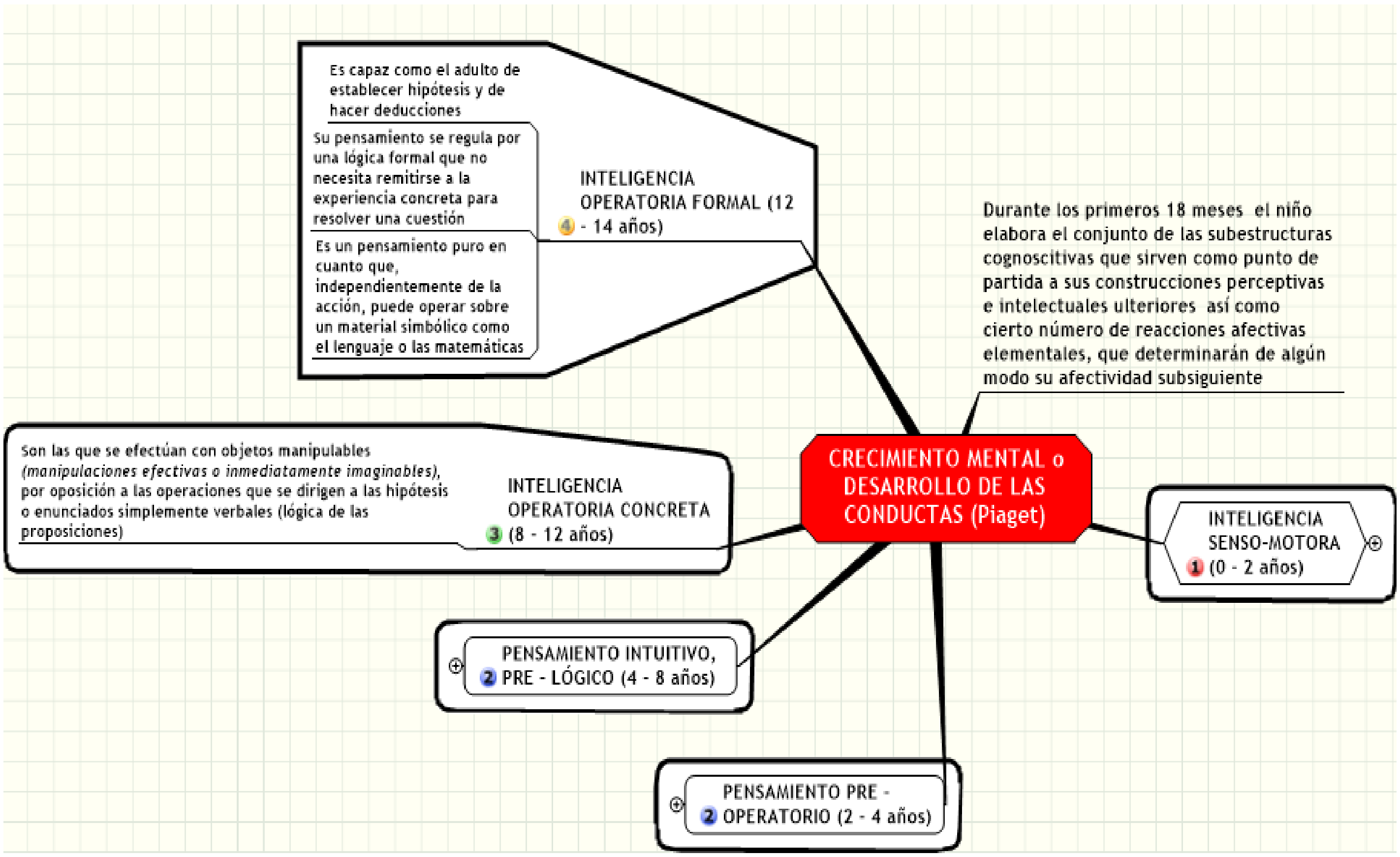
Análisis de datos y generación de información.

Dentro del ámbito de la docencia, y en especial de la enseñanza de matemáticas, la forma tradicional en que generalmente se busca que el estudiante "aprenda" matemáticas es que el docente explique el tema valiéndose de pizarrón, marcadores, y en el mejor de los casos, apoyándose con un proyector, a veces usando algún paquete informático como pueden ser los clásicos de Office, o alguna de las plataformas como son Black Board, Moodle, Canvas, Prezi, Class Room, Nearpod, entre otras muchas. Independientemente del uso o no de las tecnologías de la información (TIC) y del internet, el método de enseñanza-aprendizaje es el mismo.

Con lo anterior, lo que logra el estudiante, en el mejor de los casos, solamente es la mecanización de algunos procedimientos de solución de un determinado tipo de ejercicios, fortaleciendo y robusteciendo su pensamiento concreto (Piaget, 2007).

Estos alumnos, todos mayores de 18 años, cuando se les dice qué operación hacer y cómo hacerla; esto es, qué secuencia en el proceso de solución seguir, lo ejecutan sin mayor complicación. Tomando a Piaget (2007), nos indica que permanecen en la fase de la inteligencia operatoria concreta y no han alcanzado la fase de la inteligencia operatoria formal, ver figura 4.

Figura 4: Los diferentes estadios en el desarrollo del sujeto.

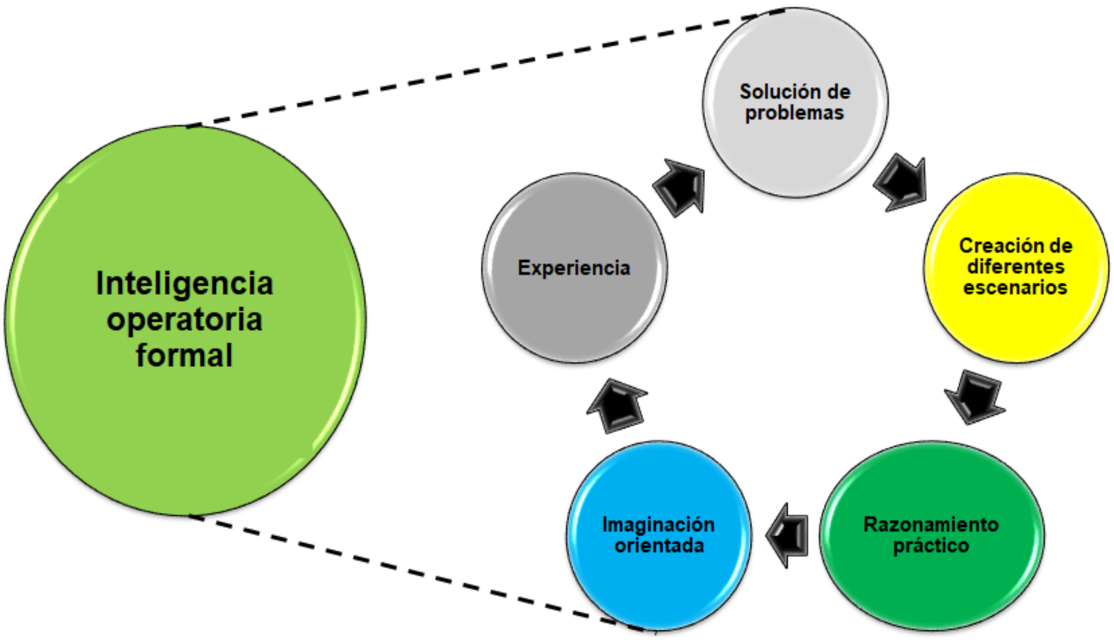


Fuente: Elaboración propia tomando como base a Piaget (2007).

La figura 4 muestra las diferentes estructuras mentales que el sujeto va desarrollando durante sus primeros años de vida, entre los 0 y 14, aproximadamente.

El arribo del sujeto a la fase de la inteligencia operatoria formal implica no solo el desarrollo físico; al respecto Piaget (2007, p. 11) dice lo siguiente: “El crecimiento mental es indisociable del crecimiento físico, especialmente de la maduración de los sistemas nerviosos y endócrinos que prosigue hasta alrededor de los 16 años”. Es en esta fase, en donde el sujeto ya está preparado o capacitado para manipular relaciones entre diferentes representaciones simbólicas, ya puede formular hipótesis y de ahí establecer conclusiones. Puede comprender el significado de diferentes tipos de abstracciones expresadas de forma verbal, sin que haya una referencia o alusión directa a objetos físicos o mentales particulares, ya que “el proceso de aprendizaje se convierte en un estado de coordinación permanente entre el razonamiento práctico y el pensamiento racional a través del pensamiento simbólico imaginativo" (Armijo, 2014, p.78), ver figura 5.

Figura 5. Inteligencia operacional formal.



Fuente: Elaboración propia tomando como base a Armijo (2014).

En la figura 5 se puede ver la gran diferencia que existe entre la forma de aprender, que ha venido realizando el niño y como lo hace el adulto. Los mecanismos y estructuras mentales que debió haber ido desarrollando el infante, adolescente y joven durante su vida, son las que le permiten al adulto el uso de cada una de las construcciones mencionadas, por lo que en el adulto hay elementos que deben ser tomados en consideración, como la experiencia, en donde queda incluida la memoria, la imaginación y la toma de conciencia de sus necesidades, elementos, que paradójicamente en el aprendizaje de las matemáticas parecen ausentes.

El análisis de los resultados y la observación de cada uno de los ejercicios que pudieron resolver los estudiantes del NM, así como las evaluaciones practicadas a los estudiantes de la UPA arrojan los siguiente: Deficiencia de conocimientos, conceptos, reglas de operación, propiedades algebraicas y aritméticas en la solución de ejercicios matemáticos. Este resultado no es casualidad, es producto o consecuencia de lo que se enuncia a continuación.

Partiendo del hecho de que aprendizaje y memoria son procesos del cerebro, y que aunque son independientes, también son indisociables. Por una parte, el aprendizaje es por medio del cual el sujeto cognoscente va adecuándose a su entorno, y este proceso es el que le ha permitido subsistir; esto es, adaptarse, entender y comprender su entorno. Ahora bien, este aprendizaje es almacenado, contenido o guardado en el cerebro en un área específica denominada memoria (Morgado, 2005).

La memoria es un elemento fundamental en este proceso y ha sido descrita como proceso dinámico, resultado de un conjunto diverso de funciones cerebrales, pero interrelacionadas, por lo que pareciera más correcto referirse a esto como sistemas de memoria (Carrillo, 2009).

Aunque existen diferentes tipos o categorías de memoria, y su taxonomía sigue evolucionando, y con ello, transformándose, aquí tocaremos solamente dos de ellas:

a) La de largo plazo: es la que puede almacenar una gran cantidad de datos e información durante un gran periodo de tiempo.

Como parte de este tipo de memoria se encuentra la memoria semántica, “El ámbito de la memoria semántica es la información almacenada sobre las características y atributos que definen conceptos, así como los procesos que permiten su recuperación de forma eficiente para su utilización en el pensamiento y el lenguaje” (Carrillo-Mora, 2009 p. 92).

b) La de corto plazo: también almacena datos e información, y a diferencia de la anterior, solo por un tiempo limitado que puede ser minutos, horas o algunos días, y la cantidad almacenada también es limitada comparada con la de largo plazo.

Al respecto de este tipo de memoria, según Morgado (2005, p. 223), “El proceso gradual por el que la reiteración de las memorias a corto plazo produce los cambios neurales que originan la memoria a largo plazo se denomina *consolidación de la memoria*”; así también afirma este mismo autor que, “Aprender es siempre un intento de almacenar información en nuestro sistema de memoria a largo plazo” (2005, p. 222).

Hasta aquí solo se ha hecho referencia a la memoria; sin embargo, el aprendizaje en particular de las matemáticas implica otros elementos que van de la mano con el uso de la memoria en general y esto es el razonamiento.

El Razonamiento.

De forma muy general, se entiende por razonamiento a esa capacidad o facultad que tiene el ser humano para relacionar eventos, sacar conclusiones, o resolver problemas. También se entiende este término como una de las formas superiores, propia de la especie humana, que tiene para conocer, aprender y diferenciar lo verdadero o cierto de lo que no lo es.

Hay otro punto que debe ser mencionado y es el que en nuestro diario vivir se presentan situaciones en las que se requiere argumentar para estar o no de acuerdo; dicho de otra manera, para argumentar a favor o en contra de algo. Esa argumentación es el razonamiento. Este razonamiento es: …un proceso mental individual, subjetivo, propio de nuestra naturaleza pensante, encaminado a enlazar ideas y hacer brotar otras de acuerdo con una función cerebral, que en forma de agudeza, agilidad, memoria y organización, nos permite comunicarnos con el mundo exterior o reflexionar sobre nosotros mismos … para que haya razonamiento se requiere que un juicio sea consecuencia de otro u otros (Ibarra, 1996, p. 167).

Existe otro elemento importante, para que haya razonamiento se deben cumplir dos requisitos o condiciones.

1. Que entre los juicios, proposiciones o premisas utilizados exista un ordenamiento lógico, y estos estén o sean planteados antes de dar un resultado.
2. Que exista un resultado o conclusión al final de un proceso de concatenación o encadenamiento no arbitrario.

Lo anterior conduce a la siguiente reflexión: el razonamiento es un proceso mental consistente en transitar de una verdad conocida a una desconocida, y esta verdad conocida se entiende como las bases o fundamentos de adonde se parte, y el resultado de ese proceso de concatenación y ordenamiento lógico de premisas permiten generar algo que se desconocía, dando como resultado un nuevo conocimiento.

Al respeto, afirma Kant: "Ahora al existir, lo que decimos razón en estas ciencias, es preciso que algo sea conocido a priori" (2003; p. 152).

Este proceso mental, para que pueda ser desarrollado requiere de premisas, juicios o proposiciones, símbolos, un conjunto de reglas de operación, propiedades, diferentes procedimientos, entre otras, en donde pueda ser aplicado; dicho en otras palabras, se requiere del conocimiento y aprendizaje de un nuevo lenguaje y una lógica para ser ejecutado.

- La lectura de comprensión involucra la interpretación de los diferentes símbolos y sus significados, esto es la semiótica.
- Las reglas de operación y la experiencia son elementos básicos y fundamentales para la tipificación del tipo de procedimiento a seguir en la solución de los diferentes ejercicios matemáticos, y al tocar la experiencia, se debe contemplar la intuición; sin embargo, esta no siempre lleva a buen puerto la decisión que se tome en las matemáticas.

Poincaré (1984, pp. 217-218) dice al respecto de la intuición: … pero la intuición no puede darnos la seguridad ni la certeza; nos hemos dado cuenta de ellos cada vez más y más; nos enseña, por ejemplo, que toda curva tiene una tangente; es decir, que toda función continua es una derivada, y esto es falso, y como teníamos la certeza, ha sido necesario reducir cada vez más la parte de la intuición.

- Otra forma de contemplarla es lo que dice Fraguela (2016, p. 188): "La intuición (presentimiento) entendida como la capacidad de percibir de manera inmediata una idea sin la intervención de la razón; es el factor desencadenante de la imaginación (fantasía, ingenio), que no es más que el paso inicial en la creación del conocimiento".
- El uso de la lógica permite no solo la estructuración de los procesos mentales sino también dimensionar la creatividad e imaginación utilizada en la solución de los ejercicios matemáticos, "La

imaginación en su actividad de conformación representacional permite traer el pasado y configurar lo posible” (Álvarez, 2015: p. 28).

Con referencia a la lógica Kant (2003, p. XXX) dice que: “los límites de la lógica están claramente determinados, al ser una ciencia que solo expone y demuestra rigurosamente las reglas formales de todo pensar (ya sea éste a priori o empírico …)”.

Formas actuales o tradicionales de solución de ejercicios en matemáticas.

Es evidente, que existe una clara deficiencia en la solución de ejercicios matemáticos, reflejo esto de que no han aprendido la asignatura y vienen arrastrando grandes deficiencias teóricas, conceptuales y operacionales; al respecto Ruiz (2012) comenta que: Pero… por múltiples razones, que rebasan la intención del docente, sólo potenciamos en aprendizaje superficial; de tal manera, que el alumno únicamente cumple los requisitos de la tarea, memoriza la información necesaria y suficiente para realizar, sin problemas, las pruebas o exámenes que le aplican, y cumple con la tarea como una imposición externa, pero no con la intensión de aprender o deseo de comprenderla (p. 15).

Con referencia al estudiante y en el uso de su experiencia, entendiendo a esta como como la práctica prolongada de alguna actividad que proporciona conocimiento o habilidad para hacer algo, o el conocimiento de cosas adquiridas y almacenadas en la memoria durante el transcurso de la vida de manera empírica o formal, que de acuerdo con Kant (2003) lo define como el conocimiento *a posteriori*, en donde quedan incluidas las circunstancias que han sido más significativas para el sujeto y que permite no sólo la evocación de recuerdos, sino también, facilita la reconstrucción de hechos o vivencias ocurridas en el pasado, para dar una posible solución o tener una interpretación del mundo material que lo rodea.

Por otra parte, el estudiante hace poco o nulo uso del beneficio que le proporciona la productividad psíquica que es la imaginación (Bachelard, 1982). El tocar la palabra imaginación no implica que el estudiante deba generar o construir imágenes mentales producto de un intelecto superior sino de la representación pictórica-mental de un posible resultado, en donde una herramienta mental de utilidad es la intuición, para tener una idea de la ruta de terminación en un proceso de solución del ejercicio matemático que se esté buscando resolver; solo se limita a poner en su cuaderno lo que el docente va poniendo en el pizarrón para posteriormente estudiarlo en casa; acción que no realizan y/o buscar posteriormente en Internet como lo resuelve quien está en la pantalla mostrando el procedimiento.

El aprendizaje de las matemáticas requiere de un proceso de abstracción, que de acuerdo con Fraguela (2016, p. 198): "La abstracción es un eslabón importante y necesario, y a su vez, parte del conocimiento que refleja la naturaleza solamente en una externa aproximación y a su conocimiento total"; esta explicación no parece arrojar mucha luz acerca del término, pero tomando a Dubinsky (1991), la abstracción en general depende de la abstracción empírica (Piaget, 2007), que es la que permite al individuo tomar propiedades comunes de varios objetos y realizar acciones sobre ellos, y mediante su interiorización, utilizarlas como base para crear nuevos objetos.

Este proceso de abstracción se enmarca en la Teoría de la Acción, Proceso, Objeto y Esquema (APOS) por sus siglas en inglés, (Arnon, Ilana et. al., 2014), propuesta por su fundador Ed Dubinsky.

Otro elemento no menos importante es el de la conducta que presenta el estudiante en su clase de matemáticas. Esta puede ser entendida de diferente forma y con diferentes enfoques; para esta investigación, se ve como la práctica prolongada de alguna actividad que proporciona conocimiento o habilidad para hacer algo, o el conocimiento de cosas adquiridas y almacenadas en la memoria durante el transcurso de la vida de manera empírica o formal, en donde quedan incluidas las circunstancias que han sido más significativas para el sujeto y que permite no sólo la evocación de recuerdos, sino también, facilita la reconstrucción de hechos o vivencias ocurridas en el pasado; las palabras, símbolos, procedimientos, secuencias que son procesadas profundamente por su significado, se recordarán mejor que todo aquello procesado, atendiendo únicamente a sus propiedades físicas o superficiales, y la imaginación puede decirse que es esa capacidad intelectual del sujeto, que le permite crear diferentes tipos de modelos mentales, para dar solución o interpretación del mundo material que lo rodea.

CONCLUSIONES.

Los resultados son contundentes y arrojan luz acerca de las derivaciones que presentan el Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE 2019), y por el Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes (PLANEA 2017).

Las preguntas y la serie de ejercicios presentados a los estudiantes de tercer año de preparatoria son altamente significativos y reveladores, lo que lleva a pensar y concluir de forma apriorística, que este déficit de conocimientos matemáticos se viene arrastrando desde niveles escolares anteriores y no solamente se hace patente en el nivel superior, sino que se magnifica.

Los datos entregados por los estudiantes evaluados, una vez que fueron procesados dan información de primera mano, ya que el propio estudiante está diciendo cómo “estudia” y porqué se le dificulta el aprender matemáticas. En este sentido, y de acuerdo con sus respuestas, no tienen un método de estudio, al menos para matemáticas, el querer seguir intentando aprenderlas, buscando usar la memoria solo para recordar procedimientos y no para evocarlos o reconstruirlos; está demostrado, que no es la mejor opción.

Otro elemento importante es que dejan de lado el análisis e interpretación de resultados, sin detenerse a pensar si es congruente o lógica la respuesta obtenida. Cabe destacar, que esto último es producto de una serie de factores que a continuación se mencionan: El aprendizaje de matemáticas que tienen es memorístico, no razonado, y el poco conocimiento adquirido no está respaldado por la práctica, ya que no acostumbran a practicar con nuevos ejercicios en casa. Es muy claro, que el caso particular del aprendizaje memorístico de la matemática no ha sido ni seguirá siendo la mejor alternativa para el estudiante; la experiencia adquirida durante 6 años (tres de secundaria y tres de preparatoria), la cual se podría pensar como la adquisición de un aprendizaje empírico que podría ser formal, es escaso o nulo. Esta falta de experiencia está ampliamente respaldada y justificada por la falta de práctica en la solución de ejercicios.

Estas conclusiones invitan a profundizar en la investigación, pero ahora en el NB, incluyendo al grado prescolar y llevar a cabo este tipo de análisis en otras partes del país y en donde posiblemente valdría la pena investigar el grado de conocimientos y dominio de la materia que tienen los docentes por una parte, y por otro lado, analizar con mucha profundidad y detenimiento si en la evaluación final de lo aprendido, al menos de matemáticas, se sigan tomando en cuenta como argumentos determinantes y decisivos la asistencia, la participación en clase, la conducta, el cumplimiento de tareas y todos estos elementos que en su conjunto dan el *"promedio"* aprobatorio para que el estudiante avance a su siguiente nivel o ciclo escolar, sin que realmente haya aprendido lo mínimo necesario.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

1. Álvarez R., W. (2015). Las formas de la imaginación en Kant. Praxis Filosófica, (40), 35–62. https://doi.org/10.25100/pfilosofica.v0i40.3011
2. Armijo, M., S., G. (2014). Aprendizaje de la estadística por adultos mayores. Tesis doctoral, CINVESTAV-IPN. México. http://funes.uniandes.edu.co/19786/1/Armijo2013La.pdf
3. Arnon, I., Cottrill, J., Dubinsky, E., Oktac, A., Roa, F., S., Trigueros, M., Weller, K. (2014). APOS Theory A framework for Research and Curriculum Development in Mathematics Education. Springer New York Heidelberg Dordrecht London.
4. Arnaz, J., A. (1995). Iniciación a la lógica simbólica, México, Trillas.
5. Bachelard, G. (1982). La poética de la ensoñación. México, Fondo de Cultura Económica.
6. Carrillo M., P. (2010). Sistemas de memoria: reseña histórica, clasificación y conceptos actuales. Primera parte: Historia, taxonomía de la memoria, sistemas de memoria de largo plazo: la memoria semántica. Salud mental, 33(1), 85-93. https://www.medigraphic.com/cgi-bin/new/resumenI.cgi?IDARTICULO=24247
7. Díaz, F. y Barriga, A. (2002). Estrategias Docentes para un Aprendizaje Significativo: una interpretación constructivista. McGraw Hill. Microsoft Word - diazbarrigacap8.doc (infd.edu.ar).

8. Dubinsky, E. (1991). Reflective abastraction in advanced mathematical thinking. In D. Tall (Ed.), Advanced mathematical thinking. https://link.springer.com/content/pdf/10.1007/0-306-47203-1_7.pdf

9. Fraguela, C., A. (2016). Imaginación y conocimiento de Descartes a Freud. Génesis y evolución del conocimiento y el pensamiento matemático. México, Gedisa.

10. Kant, I. (2003). Crítica de la razón pura. Buenos Aires, Argentina, Editorial Losada

11. Morgado, B., I. (2005). Psicobiología del aprendizaje y la memoria. Cic: cuadernos de información y comunicación, (10), 221-233. https://ddd.uab.cat/record/22843

12. Piaget, J. & Inhelder., B. (2007). Psicología del Niño. Madrid, España: Ediciones Morata.

13. Poincaré, H. (1984). Filosofía de la Ciencia. México, (2ª Ed.), Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT)

14. Ruiz, I., M. (2012). Enseñar en términos de competencias. México: Trillas.

DATOS DE LOS AUTORES.

1. Silverio Gerardo Armijo Mena. Doctor en Ciencias con la especialidad en matemática educativa, y Profesor investigador del Centro de Investigaciones Económicas, Administrativas y Sociales del Instituto Politécnico Nacional (CIECAS-IPN). México. Correo electrónico: sarmijo@ipn.mx

2. Mijael Altamirano Santiago. Profesor del Centro de Investigaciones Económicas, Administrativas y Sociales del Instituto Politécnico Nacional (CIECAS-IPN). México. Correo electrónico: maltamiranos@ipn.mx ORCID: https://orcid.org/0000-0001-5194-2944. Autor de correspondencia.

RECIBIDO: 10 de septiembre del 2023. **APROBADO:** 3 de octubre del 2023.