Asesorías y Tutorías para la Investigación Científica en la Educación Puig-Salabarría S.C.
José María Pino Suárez 400-2 esq a Lerdo de Tejada. Toluca, Estado de México. 7223898475
RFC: ATI120618V12

Revista Dilemas Contemporáneos: Educación, Política y Valores.
http://www.dilemascontemporaneoseducacionpoliticayvalores.com/
Año: XI Número: 3 Artículo no.:11 Período: 1 de mayo al 31 de agosto del 2024

TÍTULO: Tendencias y desafíos en la comprensión del límite: un estudio exploratorio con estudiantes de Biotecnología en la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo.

AUTOR:

1. Dr. Erick Radaí Rojas Maldonado.

RESUMEN: El Cálculo es esencial en ingenierías, pero entender conceptos como el límite es un desafío. Esta dificultad ha llevado a altas tasas de fracaso y deserción en la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. Para abordar esto, se implementó una propuesta didáctica de Aquere et al. (2009) para mejorar el aprendizaje de los límites. Se realizó una prueba estandarizada y se analizó su impacto en estudiantes de biotecnología. Los resultados indican que no hay una diferencia significativa entre la estrategia didáctica y la enseñanza tradicional; sin embargo, estos hallazgos pueden guiar a profesores menos experimentados en su práctica docente.

PALABRAS CLAVES: aprendizaje, biotecnología, cálculo diferencial, conceptualización, rendimiento académico.

TITLE: Trends and challenges in understanding the limit: an exploratory study with Biotechnology students at the Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo.

AUTHOR:

1. PhD. Erick Radaí Rojas Maldonado.

ABSTRACT: Calculus is essential in engineering, but understanding concepts such as the limit is a challenge. This difficulty has led to high rates of failure and dropout at the Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. To address this, a didactic proposal by Aquere et al. (2009) was

implemented to improve the learning of limits. A standardized test was conducted and its impact on biotechnology students was analyzed. The results indicate that there is no significant difference between the didactic strategy and the traditional teaching. However, these findings can guide less experienced teachers in their teaching practice.
KEY WORDS: learning, biotechnology, differential calculus, conceptualization, academic performance

INTRODUCCIÓN.

El presente es una revisión y aplicación a la estrategia didáctica planteada en el artículo titulado "Una propuesta para la enseñanza del límite" de Aquere et al. (2009), donde abordan un tema crucial en la educación matemática: la enseñanza del concepto de límite. Esta área de las matemáticas puede resultar desafiante para muchos estudiantes, y es fundamental contar con estrategias pedagógicas efectivas para su comprensión.

La propuesta presentada en el artículo se enfoca en familiarizar a los alumnos con nuevas nociones necesarias para adquirir el concepto de límite. Se trabajan distintas representaciones como tablas, gráficas y fórmulas, lo que facilita la comprensión desde diferentes perspectivas. Además, se introduce la idea intuitiva de aproximación al límite por derecha y por izquierda, lo que puede ayudar a los estudiantes a visualizar mejor este concepto abstracto; asimismo, se destacan las palabras clave "tiende a…", que son relevantes en la comprensión de límites en matemáticas.

El artículo también resalta la importancia de abordar las posibles confusiones que pueden surgir, como si el límite es alcanzado o no, lo que refleja la complejidad inherente a este tema.

Esta propuesta pedagógica es valiosa en un contexto en el que la enseñanza de las matemáticas se esfuerza por ser más accesible y comprensible para los estudiantes. Al adoptar enfoques didácticos que incluyen múltiples representaciones y ejemplos concretos, se puede lograr una comprensión más sólida de conceptos abstractos como el límite.

Se desprende que este artículo tiene implicaciones prácticas importantes para los profesores de cursos universitarios no matemáticos, especialmente en las áreas de Ciencias Agrícolas e Ingeniería Agronómica, que es en donde se destaca esta propuesta y enfatiza la dificultad de enseñar y comprender el concepto de límite en estas disciplinas y los métodos tradicionales de enseñanza del cálculo, que se centran en enfoques algorítmicos y repetitivos.

La propuesta didáctica presentada en el artículo, que acentúa la intuición, las actividades constructivistas y los múltiples sistemas de representación, ofrece una alternativa para enseñar límites. Al incluir actividades grupales y abordar las dificultades de aprendizaje asociadas con el concepto de límite, los educadores pueden mejorar potencialmente la comprensión y el rendimiento de los estudiantes en los conceptos fundamentales del cálculo.

También se destaca el análisis de los ejercicios propuestos y de las encuestas de los estudiantes que proporcionan información sobre las causas del bajo rendimiento en el aprendizaje de conceptos de cálculo, lo que permite a los educadores identificar y abordar desafíos específicos.

Los investigadores abordaron los límites de la enseñanza a sus estudiantes de manera diferente a los métodos tradicionales mediante la adopción de un enfoque didáctico no convencional. Se centraron en construir el concepto de límite a través de la intuición y en formalizarlo gradualmente a través de actividades constructivistas y participativas, donde no se siguieron los métodos tradicionales de enseñanza del cálculo, que hacen hincapié en los enfoques algorítmicos y repetitivos o al menos, no lo presentan.

Del mismo modo, incorporaron actividades grupales para abordar las dificultades de aprendizaje asociadas al concepto de límite e hicieron hincapié en la importancia de los múltiples sistemas de representación y el uso del lenguaje matemático en el aprendizaje y la comprensión de los límites. Al tener en cuenta las dificultades a las que pueden enfrentarse los estudiantes, como la ansiedad, el miedo al fracaso y la falta de familiaridad con el tema, los investigadores se propusieron crear un entorno de aprendizaje positivo.

El enfoque propuesto tenía como objetivo mejorar la comprensión y la apropiación por parte de los estudiantes del concepto de límite en los cursos universitarios no matemáticos.

DESARROLLO.

El concepto de límite en matemáticas es un pilar fundamental en el cálculo y otras áreas de las ciencias exactas; sin embargo, aprender este concepto no es tarea sencilla y ha sido objeto de estudio y reflexión por parte de diversos expertos en educación matemática. Entre ellos, destacan los aportes de Cornu (2002), Artigue (1988, 2002), Monaghan (1991), Ferrini-Mundy y Graham (1994), Tall (2002,1992), entre otros, quienes han investigado las dificultades que enfrentan los estudiantes al tratar de comprender y aplicar el concepto de límite.

Una de las principales dificultades identificadas por estos investigadores es la tendencia de los estudiantes a concebir el límite como un valor al que se acerca una sucesión de números. Esta visión, aunque intuitiva, puede llevar a conceptos erróneos. Duval (1998) y Artigue (1988, 2002) argumentan que es esencial enfatizar que el límite es un valor único al que se acerca la sucesión, no un valor al que se llega. Esta distinción es crucial para evitar confusiones y errores conceptuales; asimismo, presentan dificultades para calcular límites que requieren la aplicación de conocimientos previos (Rojas Maldonado, 2023). Estos errores pueden estar relacionados con el uso incorrecto de la simbología matemática.

Del mismo modo, Aquere et al. (2009) señalan, que los estudiantes pueden tener problemas para construir valores concretos y límites al infinito. También pueden tener dificultades para interpretar estos datos en una gráfica (Rojas Maldonado, 2020).

En su trabajo Ward Bringas (2011) menciona la existencia de graves deficiencias en la comprensión de conceptos por parte de los estudiantes e incluso de los profesores. También introduce el concepto de “límite” donde analiza su comprensión intuitiva y el proceso de enseñanza-aprendizaje y hace resaltar que un proceso mecanicista de la enseñanza de los límites puede dificultar la internalización del concepto. Godino et al. (2015) y Tall (1992, 2002, 2008) profundizan en las dificultades cognitivas al aprender el límite. Destacan la importancia de reconocer las diferentes representaciones del límite, como gráficos, ecuaciones y definiciones verbales. Los estudiantes a menudo luchan para relacionar estas representaciones, lo que dificulta su comprensión integral del concepto.

Rojas Maldonado (2015b, 2015a, 2016b, 2016a, 2017, 2019, 2020) plantea la incorporación de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas, incluyendo el cálculo de límites, podría ser una estrategia valiosa para abordar las dificultades. La tecnología puede proporcionar visualizaciones dinámicas y herramientas interactivas que ayuden a los estudiantes a comprender conceptos abstractos como los límites de manera más efectiva; sin embargo, menciona que la tecnología debe estar bien articulada a través de secuencias didácticas con respecto al currículo para que funcione y no se transforme en una dependencia para el alumno.

Por su parte, Brousseau (2007) aborda las dificultades actitudinales de los estudiantes. En su teoría de las situaciones didácticas sostiene que las matemáticas no deben ser enseñadas de manera descontextualizada y aislada de una situación determinada. En cambio, propone la búsqueda de soluciones de manera colaborativa con el entorno de los estudiantes para llegar a la propuesta esperada por el docente. Esta teoría también sostiene que la didáctica de las matemáticas es de naturaleza social y requiere una comprensión con otros en un determinado contexto. Señala que muchos estudiantes temen cometer errores al abordar problemas de límites, lo que puede generar ansiedad y evitar el aprendizaje efectivo. Es esencial fomentar un ambiente de aprendizaje donde los errores se vean como oportunidades para el crecimiento.

Pioneros en la matemática educativa en México, como Ricardo Cantoral et al. (2006, 2015), abordaron las dificultades del aprendizaje del cálculo desde una perspectiva socio-epistemológica. Esta perspectiva se centra en la interacción social y cultural, en la construcción del conocimiento matemático. Sostenían que las dificultades en el cálculo no solo se relacionan con la complejidad intrínseca de los conceptos, sino también con factores contextuales, como el entorno de enseñanza y el apoyo pedagógico. Una de las ideas clave es que el aprendizaje del cálculo debe ser significativo para los estudiantes. Esto significa que no basta con memorizar fórmulas y procedimientos, sino que los estudiantes deben comprender profundamente los conceptos y ver su relevancia en situaciones reales.

Mientras que por otro lado, Foster (2018) en su estudio compara la eficacia de los ejercicios repetitivos con una tarea más rica llamada "estudios matemáticos" para desarrollar la fluidez matemática. El proyecto de "estudios matemáticos" es encontrar formas innovadoras de ayudar a los estudiantes a desarrollar su fluidez en procedimientos matemáticos importantes, donde supone que proporcionar a los estudiantes una variedad de tareas enriquecedoras para la resolución de problemas les brindaría naturalmente la oportunidad de practicar una multitud de procedimientos matemáticos.

Los estudios matemáticos se diseñaron para formar parte de esta variada dieta de tareas de resolución de problemas. La idea detrás de los estudios de matemáticas es brindar a los estudiantes la oportunidad de participar en actividades de resolución de problemas más creativas. Si bien los ejercicios repetitivos se suelen utilizar para desarrollar la fluidez, los resultados de su estudio respaldan la idea de que las tareas más complejas, como los estudios matemáticos, pueden ser una alternativa viable, ya que ofrecen la posibilidad de realizar actividades más creativas para la resolución de problemas. Esto sugiere que los ejercicios repetitivos pueden no ser la única forma eficaz de mejorar el aprendizaje, pues el estudio encontró una eficacia comparable entre los ejercicios y los estudios.

Metodología.

El presente estudio se basa en un diseño de investigación cuantitativa de tipo descriptivo transversal no experimental. La intención de esta comunicación es compartir los hallazgos de la aplicación de la estrategia didáctica diseñada para mejorar, de manera específica, aspectos relevantes de la faceta epistémica del conocimiento matemático sobre el límite en alumnos de biotecnología.

Población y muestra.

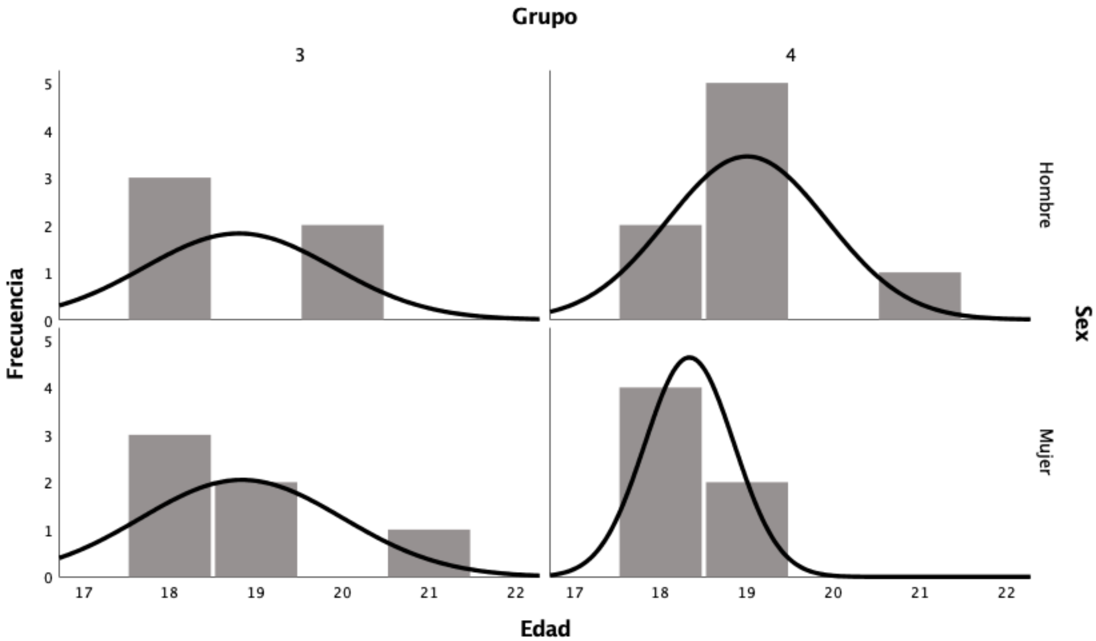
La población de estudio está compuesta por estudiantes de la Licenciatura de Biotecnología de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo que cursan el segundo semestre en el periodo 2023-2023 la asignatura de Cálculo Diferencial e Integral. Se determinaron dos grupos de estudiantes con aprendizajes previos similares, donde un grupo actuó como grupo de control al que le denominamos (4) y al otro grupo (3) se le aplicó la estrategia propuesta por Aquere et al. (2009). La muestra quedó compuesta como se expresa en la Tabla 1.

Tabla 1. Composición de la muestra.

Grupo					
		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
	3	11	44.0	44.0	44.0
	4	14	56.0	56.0	100.0
	Total	25	100.0	100.0	
Sexo					
		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Grupo 3	Hombre	5	45.5	45.5	45.5
	Mujer	6	54.5	54.5	100.0
	Total	11	100.0	100.0	
		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Grupo 4	Hombre	8	57.1	57.1	57.1
	Mujer	6	42.9	42.9	100.0
	Total	14	100.0	100.0	

Fuente. Elaboración Propia.

Figura 1. Edad de la muestra.



Fuente. Elaboración Propia.

En la figura 1, se representa la muestra a través de la edad de los participantes y el sexo. Siendo la media para el grupo 3 de 18.82 años con una desviación estándar de 1.07, mientras que para el grupo 4, una media de 18.71 años y una desviación estándar de 0.825

Instrumentos de recolección de datos.

Se utilizó una prueba estandarizada de matemáticas para evaluar el conocimiento conceptual de los estudiantes sobre el límite.

Procedimiento.

Se aplicó la estrategia didáctica sugerida por Aquere et al. (2009) al grupo 3, y el grupo 4 actuó como grupo de control, el cual se aplicó la enseñanza tradicional en la unidad temática de Límites. Posteriormente, ambos grupos de estudiantes completaron la prueba de matemáticas un solo período de clase. Los investigadores recogieron y codificaron las respuestas de los estudiantes para su análisis.

Análisis de datos.

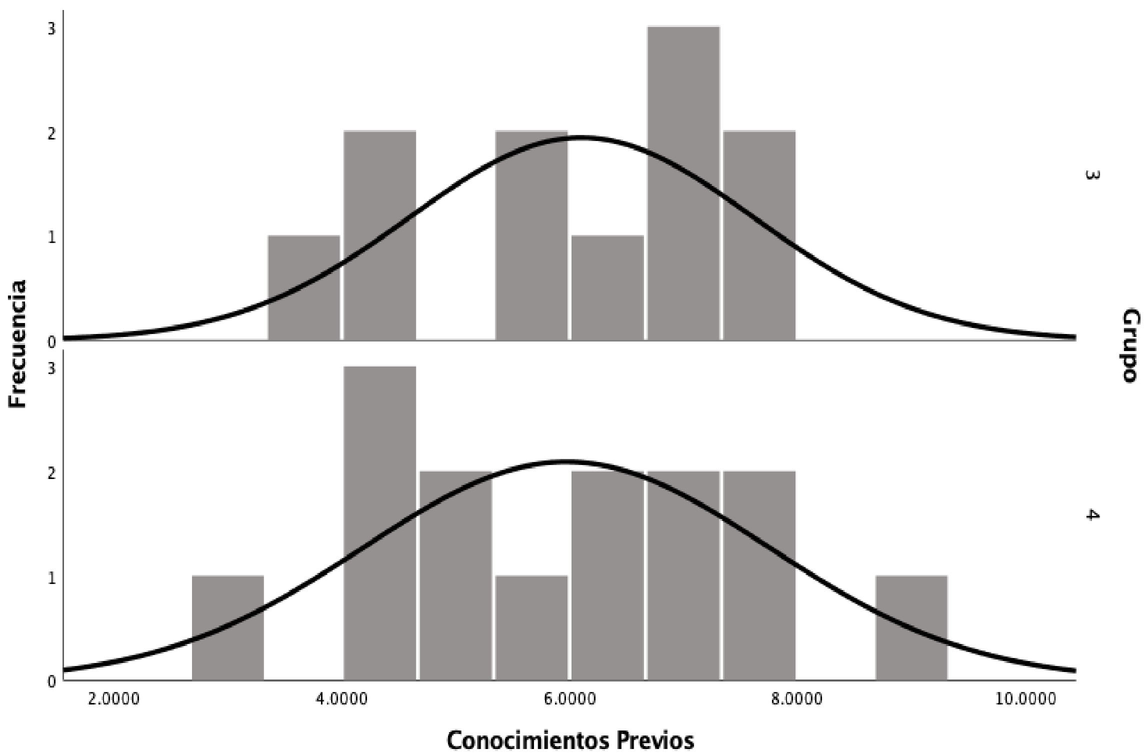
Los datos recogidos se analizaron utilizando técnicas estadísticas descriptivas. Se calcularon las medias y las desviaciones estándar para cada ítem de la prueba; además, se realizaron análisis de correlación para determinar las relaciones entre las variables.

Consideraciones éticas.

Todos los participantes dieron su consentimiento informado antes de participar en el estudio. Se garantizó la confidencialidad de los datos y se utilizó un código numérico para identificar a los estudiantes en lugar de sus nombres.

Resultados.

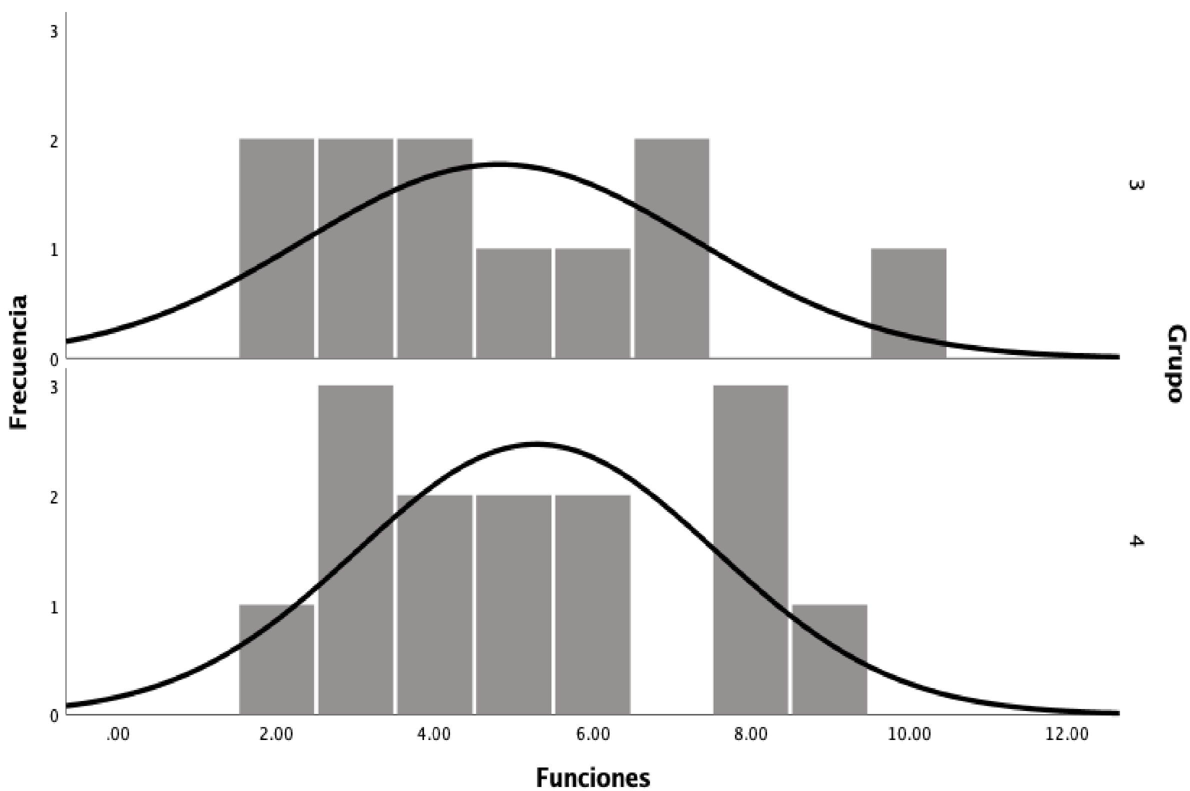
Figura 2. Calificaciones obtenidas en conocimientos previos de los participantes.



Fuente. Elaboración propia.

En la Figura 2, se muestran los grupos involucrados en la investigación, donde se muestra el nivel de habilidades y conocimientos previos a la asignatura de Cálculo Diferencial e Integral. Para obtener los resultados anteriores, se aplicó el instrumento para evaluar los conocimientos previos matemáticos (Rojas Maldonado & Toscano Galeana, 2021) con un coeficiente de muy buena confiabilidad. Se muestra que ambos grupos poseen características similares, por lo que se considera que se puede aplicar la estrategia.

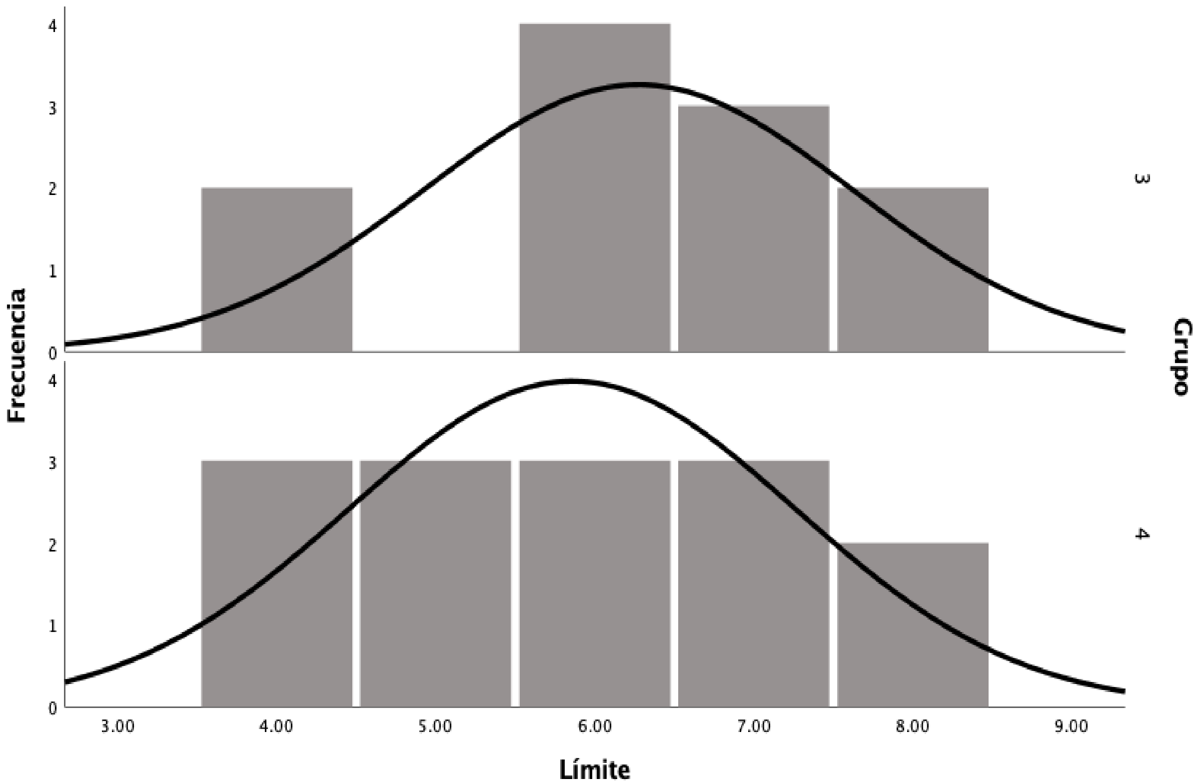
Figura 3. Calificaciones obtenidas en funciones de los participantes.



Fuente: Elaboración Propia.

Previo a la enseñanza de límites, se estudia la unidad temática de Funciones. En la Figura 3 se muestran las calificaciones obtenidas en ambos grupos. En un estudio anterior (Rojas Maldonado, 2023), se mostró que la calificación de los conocimientos previos está positivamente relacionada con la calificación de funciones, el cual nuevamente en este estudio se coincide con los resultados hallados en esa investigación.

Figura 4. Calificaciones obtenidas en Límite de los participantes.



Fuente. Elaboración Propia.

Los resultados obtenidos de la intervención del trabajo de Aquere et al. (2009), a la muestra involucrada, se presenta en la Figura 4, donde se pudiera apreciar una ligera mejoría en las calificaciones obtenidas entre los grupos, y donde también es posible notar la dificultad para adquirir la comprensión del concepto de límite y el desarrollo de habilidades para calcularlos.

Tabla 2. Correlaciones del grupo 3.

Correlaciones						
		Límite	Edad	Sex	Previos	Funciones
Límite	Correlación de Pearson	1	-.100	-.232	.222	.405
	Sig. (bilateral)		.770	.492	.511	.217
	N	11	11	11	11	11
Edad	Correlación de Pearson	-.100	1	.016	-.173	-.686*
	Sig. (bilateral)	.770		.962	.612	.020

	N	11	11	11	11	11
Sex	Correlación de Pearson	-.232	.016	1	.247	.084
	Sig. (bilateral)	.492	.962		.464	.806
	N	11	11	11	11	11
Conocimientos Previos	Correlación de Pearson	.222	-.173	.247	1	.249
	Sig. (bilateral)	.511	.612	.464		.460
	N	11	11	11	11	11
Funciones	Correlación de Pearson	.405	-.686*	.084	.249	1
	Sig. (bilateral)	.217	.020	.806	.460	
	N	11	11	11	11	11

* La correlación es significativa en el nivel 0,05 (bilateral).

Fuente: Elaboración Propia.

En la Tabla 2, se muestra las correlaciones de Pearson entre varias variables, así como los valores de significancia (bilateral) y el número de casos para cada correlación. Las correlaciones de Pearson miden la relación lineal entre dos variables, y los valores pueden variar entre -1 y 1. Un valor de 1 indica una correlación positiva perfecta, mientras que un valor de -1 indica una correlación negativa perfecta. Un valor cercano a 0 indica que no hay una relación lineal entre las dos variables.

Tabla 3. Correlación agrupada de los dos grupos.

Correlaciones							
		Límite	Edad	Sex	Previos	Funciones	Sección
Límite	Correlación de Pearson	1	-.354	.210	.339	.339	-.154
	Sig. (bilateral)		.083	.313	.097	.097	.463
	N	25	25	25	25	25	25
Edad	Correlación de Pearson	-.354	1	-.187	-.224	-.513**	-.057
	Sig. (bilateral)	.083		.370	.282	.009	.787
	N	25	25	25	25	25	25
Sex	Correlación de Pearson	.210	-.187	1	.168	-.139	-.116
	Sig. (bilateral)	.313	.370		.422	.507	.580
	N	25	25	25	25	25	25

Conocimientos Previos	Correlación de Pearson	.339	-.224	.168	1	.454*	-.041
	Sig. (bilateral)	.097	.282	.422		.023	.845
	N	25	25	25	25	25	25
Funciones	Correlación de Pearson	.339	-.513**	-.139	.454*	1	.102
	Sig. (bilateral)	.097	.009	.507	.023		.628
	N	25	25	25	25	25	25
Grupo	Correlación de Pearson	-.154	-.057	-.116	-.041	.102	1
	Sig. (bilateral)	.463	.787	.580	.845	.628	
	N	25	25	25	25	25	25

** La correlación es significativa en el nivel 0,01 (bilateral). * La correlación es significativa en el nivel 0,05 (bilateral). Fuente: Elaboración Propia.

En la tabla 3 se realizó una estadística al agrupar ambos grupos para tratar de indagar si existe un tipo de correlación entre las variables.

Tabla 4. ANOVA.

Límite					
	Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Entre grupos	1.064	1	1.064	.557	.463
Dentro de grupos	43.896	23	1.909		
Total	44.960	24			

Fuente. Elaboración Propia.

El ANOVA se utiliza para comparar las medias de dos o más grupos y determinar si hay diferencias significativas entre ellos. En la tabla 4, se realiza el estudio de la varianza (ANOVA) que ayuda a saber si existe una diferencia significativa en la media entre los grupos 3 y 4 o si solo se debió al azar.

Discusión.

Al realizar un estudio descriptivo, se obtiene que en el grupo 3, con 11 casos válidos en la muestra, y los valores de la variable “Límite” varían entre un mínimo de 4.00 y un máximo de 8.00. La media de la variable “Límite” es 6.2727, lo que indica que el valor promedio de la variable es 6.2727. La desviación estándar es 1.34840, lo que indica que los valores de la variable “Límite” tienden a estar cerca de la media.

La asimetría de la variable “Límite” es -.603, lo que indica que la distribución de los valores es ligeramente sesgada hacia la izquierda (es decir, hay más valores por debajo de la media que por encima). La curtosis es -.172, lo que indica que la distribución de los valores es ligeramente más aplanada que una distribución normal (es decir, hay menos valores extremos).

Mientras que en el grupo 4, con 14 casos válidos en la muestra, y los valores de la variable “Límite” varían entre un mínimo de 4.00 y un máximo de 8.00. La media de la variable “Límite” es 5.8571, lo que indica que el valor promedio de la variable es 5.8571. La desviación estándar es 1.40642, lo que indica que los valores de la variable “Límite” tienden a estar cerca de la media.

La asimetría de la variable “Límite” es .099, lo que indica que la distribución de los valores es ligeramente sesgada hacia la derecha (es decir, hay más valores por encima de la media que por debajo). La curtosis es -1.195, lo que indica que la distribución de los valores es más aplanada que una distribución normal (es decir, hay menos valores extremos).

En la tabla 2, podemos ver, que hay una correlación significativa (marcada con un asterisco) entre las variables “Funciones” y “Edad” ($r = -.686$, $p = .020$), lo que indica que hay una relación moderada negativa entre estas dos variables. Esto quiere decir, que cuando una de las variables aumenta, la otra tiende a disminuir, y viceversa.

Es importante recordar, que la correlación no implica causalidad. El hecho de que dos variables estén correlacionadas no significa necesariamente que una variable sea la causa de la otra. Puede haber otras explicaciones para la relación observada, como la presencia de una tercera variable que afecte a ambas variables.

En la tabla 3, hay una correlación significativa entre las variables “Previos” y “Funciones” (r = .454, p = .023), lo que indica que hay una relación moderada entre estas dos variables, la cual se coincide con el trabajo realizado.

También hay una correlación significativa entre las variables “Funciones” y “Edad” (r = -.513, p = .009), lo que indica que hay una relación moderada negativa entre estas dos variables; sin embargo, es importante recordar, que la correlación no implica causalidad; es decir, la correlación mide la relación lineal entre dos variables cuantitativas.

En la tabla 4, podemos ver, que la suma de cuadrados entre grupos es 1.064, lo que indica la variabilidad entre los grupos. La suma de cuadrados dentro de los grupos es 43.896, lo que indica la variabilidad dentro de los grupos. El valor F es .557, y el valor de significancia (Sig.) es .463. Dado que el valor de significancia es mayor que .05, podemos concluir, que no hay diferencias significativas entre los grupos.

CONCLUSIONES.

Este estudio proporcionó una visión detallada de la comprensión conceptual del límite entre los estudiantes de biotecnología de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo que cursan el tercer semestre en el periodo 2023-2023. Aunque se observaron diferencias en las medias de la variable “Límite” entre los grupos 3 y 4, estas diferencias no resultaron ser estadísticamente significativas.

El enfoque didáctico no convencional que enfatiza la intuición y las actividades constructivistas para abordar las dificultades a las que se enfrentan los estudiantes, en este caso, como lo propone Aquere et al. (2009) en la práctica no presentan una mejoría significativa para apropiarse del concepto de límite, pero sí son de ayuda para profesores con poca experiencia, ya que una de los beneficios es que permite guiar y cuestionar al mismo docente de lo que el concepto de límite engloba y de la riqueza que subyace en sí mismo; del mismo modo, a la dificultad que como idea intuitiva, representarla a través de un concepto; un desafío que llevó mucho tiempo a los matemáticos más célebres para llegar a un acuerdo;

sin embargo, se coincide en que las actividades grupales abonan a superar el miedo y el fracaso, aunque el docente no sea el que organice este entorno de aprendizaje, los alumnos por sí mismos presentan iniciativa para realizar trabajo colaborativo exponiendo dudas y preguntas a sus mismos compañeros. Esto sugiere, que a pesar de las diferencias observadas, el nivel de conocimiento conceptual del límite no es comparable entre los grupos.

Se encontraron correlaciones significativas entre ciertas variables; en particular, se observó una correlación negativa moderada entre las variables “Funciones” y “Edad”, así como una correlación positiva moderada entre las variables “Conocimientos Previos” y “Funciones”. Estos hallazgos sugieren que existe una relación entre estas variables, aunque se requiere más investigación para determinar la naturaleza exacta de estas relaciones y si implican relaciones causales, a pesar de que ya hubo un estudio previo referente a ello.

Es importante recordar, que estos resultados son específicos para esta muestra y pueden no ser generalizables a todos los estudiantes de la Licenciatura de Biotecnología de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. Se recomienda realizar más investigaciones para confirmar estos hallazgos y explorar más a fondo las relaciones entre estas variables.

En resumen, este estudio contribuye a la comprensión de la adquisición de competencias, habilidades y aprendizaje conceptual del límite entre los estudiantes de matemáticas. Los hallazgos de este estudio pueden ser útiles para los educadores al desarrollar estrategias de enseñanza y aprendizaje para mejorar la comprensión conceptual del límite entre los estudiantes; sin embargo, aún se tiene que seguir investigando para que la estrategia didáctica tenga un efecto tangible en el aprendizaje del límite, tanto en su cálculo como en su concepto.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

1. Aquere, S., Engler, A., Vrancken, S., Müller, D., Hecklein, M., Gregorini, I., & Henzenn, N. (2009). Una propuesta didáctica para la enseñanza de límite. Premisa, 14–24.

2. Artigue, M. (1988). Ingénierie didactique. Recherches En Didactique Des Mathematiques, 9(3), 281–308.
3. Artigue, M. (2002). Analysis. In: Tall, D. (eds) Advanced Mathematical Thinking. Mathematics Education Library, vol 11. Springer, Dordrecht. https://doi.org/10.1007/0-306-47203-1_11
4. Brousseau, G. (2007). Iniciación al estudio de la Teoría de las situaciones didácticas. In Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática (Vol. 1).
5. Cantoral, R., Farfán, R.-M., Lezama, J., & Martínez-Sierra, G. (2006). Socioepistemología y representación: algunos ejemplos. Relime, Especial, 83–102. https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/2161533.pdf
6. Cantoral, R., Montiel, G., & Reyes-Gasperini, D. (2015). El programa socioepistemológico de investigación en Matemática Educativa: El caso de Latinoamérica. Revista Latinoamericana de Investigación En Matemática Educativa, 18(1). https://doi.org/10.12802/relime.13.1810
7. Cornu, B. (2002). Limits. In D. Tall (Ed.), Advanced Mathematical Thinking. Mathematics Education Library, (Vol. 11, pp. 153–166). Springer. https://doi.org/https://doi.org/10.1007/0-306-47203-1_10
8. Duval, R. (1998). Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. In: F. Hitt (Ed.), Investigaciones en Matemática Educativa II. Grupo Editorial Iberoamérica, 5, 101- 120.
9. Ferrini-Mundy, J., & Graham, K. (1994). Research in Calculus Learning: Understanding of Limits, Derivatives, and Integrals. In MAA Notes Number 33.
10. Foster, C. (2018). Developing mathematical fluency: comparing exercises and rich tasks. Educational Studies in Mathematics, 97(2), 121–141. https://doi.org/10.1007/s10649-017-9788-x
11. Godino, J. D., Aké, L. P., Contreras, Á., Díaz, C., Estepa, A., Blanco, T. F., Lacasta, E., Lasa, A., Neto, T., Oliveras, L., & Wilhelmi, M. R. (2015). Designing a questionnaire for assessing the

didactic-mathematical knowledge on elementary algebraic reasoning. Enseñanza de Las Ciencias, 33(1), 127–150. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.1468

12. Monaghan, J. (1991). Problems with the Language of Limits. For the Learning of Mathematics, 11(3), 20–24. http://www.jstor.org/stable/40248029
13. Rojas Maldonado, E. R. (2015a). El método de Fermat para la enseñanza de límites. Un widget en Mathematica. Revista Iberoamericana de Producción Académica y Gestión Educativa, 2(3), 1–17. https://www.pag.org.mx/index.php/PAG/article/view/525/563
14. Rojas Maldonado, E. R. (2015b). Secuencias didácticas para la enseñanza del concepto de límite en el cálculo. Revista Internacional de Aprendizaje En Ciencia, Matemáticas y Tecnología, 2(2), 63–76. http://funes.uniandes.edu.co/15392/1/Rojas2016Secuencias.pdf
15. Rojas Maldonado, E. R. (2016a). El estudio socio-crítico en la enseñanza del concepto de límite en el bachillerato Nicolaita. Revista Iberoamericana de Producción Académica y Gestión Educativa, 3(5). https://www.pag.org.mx/index.php/PAG/article/view/444
16. Rojas Maldonado, E. R. (2016b). Resultados de la aplicación de secuencias didácticas para la comprensión del concepto del límite en el bachillerato Nicolaíta. RIDE Revista Iberoamericana Para La Investigación y El Desarrollo Educativo. https://doi.org/10.23913/ride.v6i12.227
17. Rojas Maldonado, E. R. (2017). La formación profesional y la enseñanza con tecnología. In Reflexiones sobre Innovación Educativa en la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo.
18. Rojas Maldonado, E. R. (2019). Diseño de estrategia de apertura para la interpretación gráfica-analítica a través de Desmos como preparación para el aprendizaje del cálculo diferencial. RIDE Revista Iberoamericana Para La Investigación y El Desarrollo Educativo, 10(19). https://doi.org/10.23913/ride.v10i19.493

19. Rojas Maldonado, E. R. (2020). Understanding Fundamental Concepts of Calculus Through Desmos. An Intervention. RIDE Revista Iberoamericana Para La Investigación y El Desarrollo Educativo, 10(20), 1–15. https://doi.org/https://doi.org/10.23913/ride.v10i20.672
20. Rojas Maldonado, E. R. (2023). Impact of prior knowledge of Algebra and Arithmetic on learning differential calculus functions. RIDE Revista Iberoamericana Para La Investigación y El Desarrollo Educativo, 14(27). https://doi.org/10.23913/ride.v14i27.1717
21. Rojas Maldonado, E. R., & Toscano Galeana, J. (2021). Instrumento para evaluar los conocimientos matemáticos previos para la enseñanza del concepto de límite durante la pandemia SARS-CoV-2. RIDE Revista Iberoamericana Para La Investigación y El Desarrollo Educativo, 11(22). https://doi.org/10.23913/ride.v11i22.953
22. Tall, D. (1992). The transition to advanced mathematical thinking: Functions, limits, infinity and proof. … of Research on Mathematics Teaching and Learning, 495–511. http://scholar.google.com/scholar?hl=en&btnG=Search&q=intitle:The+Transition+to+Advanced +Mathematical+Thinking+:+Functions,+Limits,+Infinity+and+Proof#0
23. Tall, D. (2002). The psychology of advanced mathematical thinking. In D. Tall (Ed.), Advanced Mathematical Thinking. Mathematics Education Library (Vol. 11, pp. 3–21). Springer. https://doi.org/10.1007/0-306-47203-1_1
24. Tall, D. (2008). The transition to formal thinking in mathematics. Mathematics Education Research Journal, 20(2), 5–24. https://doi.org/10.1007/BF03217474
25. Ward Bringas, S. E. (2011). El proceso de enseñanza aprendizaje del concepto límite en el bachillerato [Maestría]. Universidad Pedagógica Nacional Unidad 25 A.

DATOS DEL AUTOR.

1. **Erick Radaí Rojas Maldonado.** Doctor en Educación. Profesor e Investigador de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, México. Correo: errojas@umich.mx ORCID: https://orcid.org/0000-0003-2521-5107

RECIBIDO: 4 de enero del 2024. **APROBADO:** 13 de febrero del 2024.