



*Asesorías y Tutorías para la Investigación Científica en la Educación Puig-Salabarría S.C.
José María Pino Suárez 400-2 esq a Lerdo de Tejada, Toluca, Estado de México. 7223898475*

RFC: ATI120618V12

Revista Dilemas Contemporáneos: Educación, Política y Valores.

<http://www.dilemascontemporaneoseducacionpoliticayvalores.com/>

Año: XII

Número: 3

Artículo no.: 4

Período: 1 de mayo al 31 de agosto del 2025

TÍTULO: Personalización del Aprendizaje del Concepto de Límite mediante Redes Neuronales y Visualización Interactiva en Google Colab.

AUTOR:

1. Dr. Erick Radaí Rojas Maldonado.

RESUMEN: El manuscrito examina la integración de redes neuronales y tecnologías interactivas como catalizadores para la profundización epistemológica del concepto de límite en cálculo diferencial. A través de la plataforma Google Colab, se articula una metodología pedagógica que orquesta contenidos adaptativos, configurados por algoritmos de aprendizaje automático que modulan didácticos en función de las idiosincrasias cognitivas del discente; además, la propuesta incluye la utilización de visualizaciones heurísticas que facilitan la introspección analítica sobre nociones cardinales como la continuidad, la minimización del error y las aproximaciones al límite. En suma, este enfoque, fundamentado en un marco constructivista, se erige como una innovación disruptiva en la didáctica matemática, con el potencial de reconfigurar paradigmas tradicionales de enseñanza.

PALABRAS CLAVES: epistemología, constructivismo, aprendizaje adaptativo, redes neuronales, didáctica matemática.

TITLE: Personalization of Limit Concept Learning Using Neural Networks and Interactive Visualization in Google Colab.

AUTHOR:

1. PhD. Erick Radaí Rojas Maldonado.

ABSTRACT: The manuscript examines the integration of neural networks and interactive technologies as catalysts for the epistemological deepening of the concept of limit in differential calculus. Through the Google Colab platform, a pedagogical methodology is articulated that orchestrates adaptive content, configured by machine learning algorithms that modulate didactics based on the cognitive idiosyncrasies of the learner; in addition, the proposal includes the use of heuristic visualizations that facilitate analytical introspection on cardinal notions such as continuity, error minimization, and approximations to the limit. In short, this approach, based on a constructivist framework, stands as a disruptive innovation in mathematics teaching, with the potential to reconfigure traditional teaching paradigms.

KEY WORDS: epistemology, constructivism, adaptative learning, neural networks, mathematical didactics

INTRODUCCIÓN.

A lo largo de la historia, el concepto de límite ha tenido altibajos. Inicialmente se empleó con fines prácticos, y no fue sino hasta que el análisis matemático le otorgó un importante significado para la descripción de los fenómenos de continuidad y derivabilidad de las funciones reales; sin embargo, el concepto de límite es considerado uno de los temas más desafiantes en el área del cálculo matemático (Tall, 1992).

Diversos estudios han identificado dificultades recurrentes en los estudiantes, como la confusión entre los conceptos de límite y tendencia, la interpretación de la notación del límite y la aplicación de procedimientos algebraicos (Cornu, 1991, 2002; Rojas Maldonado, 2015b, 2016, 2020). Estas dificultades pueden obstaculizar la construcción de una comprensión conceptual sólida del límite.

En este contexto, el uso de tecnologías educativas, como los agentes conversacionales, surge como una alternativa prometedora para abordar las dificultades de aprendizaje del concepto de límite. Los agentes conversacionales, también conocidos como chatbots, son sistemas de inteligencia artificial capaces de interactuar con los usuarios a través del lenguaje natural (Harms et al., 2019). Estos sistemas han

demostrado su potencial para mejorar el aprendizaje en diversas áreas, incluyendo la educación matemática (Graesser et al., 2005).

La integración de técnicas de inteligencia artificial y el proceso de lenguaje natural permite que los agentes conversacionales puedan adaptar sus estrategias de diálogo y retroalimentación a las necesidades y dificultades específicas de los estudiantes (Arroyo et al., 2014). Esto facilita la personalización del proceso de aprendizaje y la implementación de enfoques pedagógicos efectivos.

Diversos estudios han explorado el uso de agentes conversacionales en la enseñanza de conceptos matemáticos; por ejemplo, Graesser et al. (2005) desarrollaron un sistema llamado AutoTutor que interactúa con los estudiantes para guiarlos en la resolución de problemas de matemáticas y física. Los resultados mostraron mejoras en el aprendizaje y la motivación de los estudiantes; asimismo, Arroyo et al. (2014) diseñaron un agente conversacional para la enseñanza de álgebra, evidenciando su efectividad para apoyar a los estudiantes con dificultades de aprendizaje.

En el caso específico del concepto de límite, algunos estudios han explorado el uso de herramientas tecnológicas, como simulaciones y entornos virtuales, para mejorar su comprensión (Mamona-Downs, 2001; Rojas Maldonado, 2015b, 2015a, 2019; D. O. Tall, 1986); sin embargo, el uso de agentes conversacionales aún no ha sido ampliamente investigado en este contexto.

Se pretende transformar la forma en cómo se presenta la teoría del concepto de límite en una función con ayuda de las computadoras personales como recursos informáticos y más aún el uso de la inteligencia artificial, posible gracias a la rama de inteligencia artificial llamada redes neuronales artificiales, que es capaz de simular aspectos de las neuronas biológicas; para esto, se abordará una situación didáctica en la que se plantea la importancia de no convertir la clase de matemáticas en el típico espacio en el que el maestro presenta el conocimiento unidireccional y los alumnos únicamente tienen el rol receptor de ese conocimiento.

En contraposición a la perspectiva conductista que durante años naturalizó el paradigma de educación como mera instrucción, es necesario dirigir los esfuerzos por diseñar ambientes de aprendizaje que promuevan el razonamiento y la cimentación de representaciones más significativas. Dentro de un enfoque colaborativo y constructivista del aprendizaje, proponemos motivar en los alumnos la praxis de construcción de su conocimiento propio, para lo cual presentamos una estrategia que coadyuve a concretar nuestra propuesta.

DESARROLLO.

La enseñanza del concepto de límite en cálculo es un tema de gran relevancia en la formación matemática, dado que este concepto se encuentra en el núcleo del cálculo diferencial e integral. En este contexto, el artículo de Gómez & Pantoja, (2013) destaca la importancia del límite como un tópico esencial en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Los autores señalan que la transición del bachillerato a la universidad presenta significativas dificultades, ya que los estudiantes pasan de un enfoque intuitivo a uno formal y teórico, lo que contribuye a un alto porcentaje de fracaso académico en las asignaturas de cálculo. Además, enfatizan la necesidad de un análisis crítico de los textos escolares, que son fundamentales en el proceso educativo.

Por su parte, Pons et al. (Pons et al., 2013) abordan la comprensión del límite desde una perspectiva empírica, centrándose en las concepciones de los estudiantes de bachillerato y de los cursos de orientación universitaria. Su estudio revela la importancia de coordinar los procesos de aproximación en la enseñanza del límite, lo que sugiere que una tematización adecuada del esquema de límite es crucial para facilitar la comprensión de este concepto.

En un enfoque más práctico, Couoh et al. (2013) proponen una metodología didáctica centrada en la implementación de situaciones contextuales para la enseñanza de límites infinitos. Los autores argumentan que las propuestas didácticas tienen un gran valor, ya que permiten a los estudiantes reflexionar sobre la solución de problemas, lo que puede enriquecer su comprensión del concepto. Este

enfoque también resalta la necesidad de adaptar las propuestas didácticas a la práctica profesional docente, sugiriendo que la validación con estudiantes puede mejorar la efectividad de la enseñanza.

Mientras que Rendón Mayorga en su trabajo de tesis (Rendón Mayorga, 2017) introduce un enfoque histórico en el estudio del límite, señalando que la dificultad en su aprendizaje se debe a la falta de una definición dinámica y a la relación del concepto con procesos estáticos. A través de la teoría APOS, el autor sugiere que la descomposición genética del límite puede ofrecer diversas perspectivas para su enseñanza; además, se menciona que los docentes tienden a priorizar significados gráficos y algebraicos, lo que puede limitar la comprensión profunda del concepto.

Finalmente, Gordillo & Araya (Gordillo & Araya, 2017), analizan los conflictos semióticos que enfrentan los estudiantes en la comprensión del límite. Utilizando el Enfoque Ontosemiótico, los autores identifican categorías cognitivas que permiten detectar obstáculos en la enseñanza de este concepto. La complejidad del aprendizaje del límite, según estos autores, radica en la transición de una aproximación cualitativa a una formal, lo que pone de manifiesto la necesidad de abordar las dificultades conceptuales y semióticas en la enseñanza del cálculo.

A través de esta revisión de la literatura, se evidencia la importancia de un enfoque integral y crítico en la enseñanza del concepto de límite, que considere tanto las dificultades inherentes al concepto como las metodologías didácticas que pueden facilitar su comprensión.

Google Colab, o *Google Colaboratory*, es un entorno de desarrollo integrado (IDE) basado en la nube que permite la programación y ejecución de código en Python a través de una interfaz web. Diseñado primordialmente para facilitar el aprendizaje y la investigación en ciencia de datos y aprendizaje automático, donde se proporciona acceso gratuito a recursos computacionales avanzados, como unidades de procesamiento gráfico (GPU) y unidades de procesamiento tensorial (TPU), optimizando así el procesamiento de tareas intensivas sin la necesidad de infraestructura local (Google, s/f). Esta plataforma puede ser utilizada para potenciar las clases, especialmente cuando se requiere trabajar con Python y

bibliotecas de código (Santamaría López et al., 2024); además, permite entrenar y probar modelos de aprendizaje automático, como redes neuronales, de una manera eficiente (Ferreira et al., 2024). Las redes neuronales son modelos de aprendizaje automático que se inspiran en la estructura y el funcionamiento del cerebro humano (Incio-Flores et al., 2023).

Las redes neuronales son más que otra forma de emular ciertas características propias de los humanos como la capacidad de memorizar y de asociar hechos. Si se examinan con atención aquellos problemas que no pueden expresarse a través de un algoritmo, se observará que todos ellos tienen una característica en común: la experiencia (Jorge Matich, 2001, pp 4).

Estas redes pueden aprender a partir de datos complejos y realizar tareas de clasificación y predicción (Matich, 2001). La capacidad de aprendizaje adaptativo de las redes neuronales las convierte en una herramienta ideal para la personalización del aprendizaje. (Incio-Flores et al., 2023). La personalización del aprendizaje ha emergido como una tendencia revolucionaria en el ámbito educativo, ya que permite adaptar el contenido y la enseñanza a las necesidades individuales de los estudiantes (García-Peña et al., 2020). Los modelos de aprendizaje basados en IA pueden desempeñar un papel clave en este proceso, ofreciendo herramientas como chatbots y sistemas de recomendación que se ajustan a las preferencias y dificultades de cada estudiante (Edwards et al., 2024).

La revisión de la literatura sobre el marco teórico de la situación de aprendizaje en las matemáticas se fundamenta en dos artículos clave que abordan la enseñanza y el aprendizaje en este campo desde diferentes perspectivas.

El primer artículo (De La Villa et al., 2013) se centra en la teoría de Situaciones Didácticas y su aplicación en entornos tecnológicos. Los autores destacan la importancia de analizar los nuevos modelos de intervención didáctica que surgen con la incorporación de recursos tecnológicos en la enseñanza superior. Este estudio revela que el uso de Sistemas de Álgebra Computacional (CAS) ha crecido significativamente, lo que ha llevado a una transformación en los procesos de apropiación del

conocimiento matemático. La investigación enfatiza la necesidad de explorar propuestas didácticas que no solo se adapten a estos nuevos recursos, sino que también fomenten un aprendizaje efectivo en los estudiantes, lo que sugiere que la integración de tecnología en la enseñanza de las matemáticas puede enriquecer las experiencias de aprendizaje si se implementa adecuadamente.

Fonseca (2018) complementa la discusión al abordar la formación de docentes en la enseñanza de las matemáticas donde hace hincapié en la necesidad de crear oportunidades para que los futuros profesores desarrollen conocimientos y habilidades esenciales. Se identifican desafíos significativos en la formación docente, como la creación de materiales que faciliten la gestión de ideas de Didáctica de la Matemática y el desarrollo de entornos de aprendizaje que promuevan el aprendizaje continuo. El autor propone un entorno de aprendizaje diseñado para que los estudiantes en formación conceptualicen la práctica de enseñar variación, lo que implica un enfoque reflexivo sobre su propio aprendizaje y la construcción del conocimiento didáctico necesario para la enseñanza de las matemáticas.

Ambos artículos resaltan la importancia de la innovación en la enseñanza de las matemáticas, ya sea a través de la integración de tecnología o de la formación adecuada de los docentes, y establecen un marco teórico que sugiere que las situaciones de aprendizaje deben ser cuidadosamente diseñadas y adaptadas a las necesidades de los estudiantes y del contexto educativo.

Ahora bien, diversos estudios han demostrado el potencial de utilizar plataformas como Google Colab en entornos educativos; por ejemplo, ofrece un tiempo de ejecución completamente configurado para el aprendizaje profundo, proporcionando acceso gratuito a GPU robustas. Acelera aplicaciones como la visión por computadora, convirtiéndola en una herramienta efectiva para el análisis de datos y mejorando las experiencias de aprendizaje en educación e investigación de aprendizaje automático (Carneiro et al., 2018); para enseñar diseño digital, permitiendo experimentos accesibles y reproducibles sin instalación de software. Mejora el aprendizaje a través de ejercicios guiados, cuestionarios y tareas prácticas, lo que lo convierte en una herramienta efectiva para el análisis de datos y la educación (Canesche et al., 2021).

Se ha implementado el uso de Google Colab para el desarrollo de modelos de redes neuronales artificiales (ANN) en el campo de la investigación científica (V et al., 2023); además, se ha explorado el uso de Google Colab para entender conceptos básicos de Cálculo (Paulo et al., 2023).

Sin embargo, no se han encontrado estudios específicos que aborden la integración de Google Colab, redes neuronales y software de visualización interactivo para la personalización del aprendizaje del concepto de límite en Cálculo Diferencial para estudiantes universitarios de biotecnología. Este proyecto de investigación busca cubrir este vacío y contribuir al fortalecimiento del aprendizaje de este concepto fundamental en la formación de los futuros profesionales de la biotecnología.

Metodología.

La presente investigación se inscribe en la metodología de Diseño y Desarrollo, cuyo propósito es la creación y perfeccionamiento de una situación de aprendizaje innovadora que integra redes neuronales para la personalización de contenido, utilizando software de visualización interactivo, aplicada al concepto de límite en cálculo diferencial con el apoyo de Google Colab. Esta metodología se distingue por su enfoque iterativo y su capacidad para adaptarse a las necesidades emergentes durante el proceso de desarrollo.

La investigación de diseño y desarrollo se centra en la creación y perfeccionamiento de productos, procesos o programas educativos mediante un enfoque iterativo y sistemático. Este tipo de investigación es especialmente útil en el ámbito educativo, donde se busca innovar y mejorar las prácticas pedagógicas a través del desarrollo de nuevas herramientas y estrategias de enseñanza (Méndez Álvarez, 2001). La investigación de diseño y desarrollo a menudo utiliza un enfoque mixto, combinando métodos cualitativos y cuantitativos para obtener una comprensión más completa y robusta del fenómeno estudiado. En este caso, la metodología propuesta puede beneficiarse de la triangulación de datos cualitativos y cuantitativos para evaluar y mejorar la situación de aprendizaje de manera iterativa, la cual se circunscribe para los alumnos del Programa Institucional de la Licenciatura en Biotecnología de la Universidad Michoacana de

San Nicolás de Hidalgo, cuya asignatura de Cálculo Diferencial e Integral se imparte en el segundo semestre a estudiantes que oscilan a una edad cronológica de dieciocho años.

Esta metodología no solo facilitará a los estudiantes una mejor comprensión del concepto de límite, sino que también les proporcionará habilidades prácticas en el uso de redes neuronales y herramientas de visualización interactiva, promoviendo un aprendizaje más profundo y personalizado, pues el diseño y desarrollo no es lineal; se realizan pruebas constantes, ajustes y mejoras para garantizar que el producto final sea funcional y cumpla con los objetivos. La evaluación de la efectividad de esta propuesta se llevará a cabo en un artículo científico posterior, donde se analizarán los resultados obtenidos y se propondrán mejoras basadas en la evidencia recopilada, pues este trabajo está limitado en la identificación del problema o necesidad, en la revisión de literatura, en el diseño y desarrollo del artefacto.

La investigación de diseño y desarrollo comparte elementos con otras metodologías, como la investigación-acción y el diseño experimental, pero su distintivo principal es el énfasis en crear y evaluar artefactos funcionales como parte central del proceso investigativo. (Anderson & Shattuck, 2012).

Preparación del Entorno.

Se configura Google Colab con las bibliotecas necesarias para el desarrollo del proyecto. Esto incluye:

- *TensorFlow* para la implementación de redes neuronales.
- *Matplotlib* para la visualización interactiva de datos.

Se proporciona a los estudiantes un cuaderno de Colab preconfigurado con instrucciones iniciales y el entorno de trabajo necesario.

Desarrollo del Modelo de Red Neuronal.

Se introduce a los estudiantes en los conceptos básicos de redes neuronales. Posteriormente, se guía a los estudiantes en la construcción de una red neuronal simple que pueda personalizar el contenido de

aprendizaje basado en las respuestas y el progreso del estudiante. Este modelo se entrena utilizando datos de rendimiento académico y respuestas previas de los estudiantes.

Proyecto en Google Colab.

```
import numpy as np

import tensorflow as tf

from tensorflow.keras.models import Sequential

from tensorflow.keras.layers import Dense

import matplotlib.pyplot as plt

# Datos de entrada y salida (ejemplo: función 2x).

x_train = np.array([1, 2, 3, 4, 5])

y_train = np.array([2, 4, 6, 8, 10])

# Definición del modelo.

model = Sequential()

model.add(Dense(units=10, input_shape=(1,), activation='relu'))

model.add(Dense(units=1)) # Capa de salida

# Compilación del modelo.

model.compile(optimizer='sgd', loss='mean_squared_error')

# Entrenamiento del modelo.

history = model.fit(x_train, y_train, epochs=100)

# Predicción en valores cercanos al punto de interés x=2.

x_test = np.linspace(1.5, 2.5, 100) # Valores alrededor de x=2

y_pred = model.predict(x_test)
```

```
# Mostrar la función aproximada y el límite.

plt.plot(x_train, y_train, 'ro', label='Datos de Entrenamiento')

plt.plot(x_test, y_pred, label='Función Aprendida')

plt.axvline(x=2, color='g', linestyle='--', label='x=2 (Punto de Interés)')

plt.xlabel('x')

plt.ylabel('f(x)')

plt.title('Aproximación de la Función y Límite en x=2')

plt.legend()

plt.grid(True)

plt.show()
```

Implementación de la Personalización.

La red neuronal se utiliza para analizar las respuestas de los estudiantes y adaptar el contenido en tiempo real, como puede ser el: Proporcionar ejemplos interactivos y ejercicios personalizados que se ajusten al nivel de comprensión de cada estudiante y ajustar la dificultad de los problemas y la profundidad de las explicaciones según el rendimiento individual.

```
# Predicción en valores cercanos al punto de interés x=2.

x_test = np.linspace(1.5, 2.5, 100) # Valores alrededor de x=2

y_pred = model.predict(x_test)
```

Visualización Interactiva.

Se expone a los estudiantes las herramientas de visualización como Matplotlib para crear gráficos interactivos que ilustren el concepto de límite, tales como la manipulación de parámetros en los gráficos para observar cómo afectan los resultados y la creación de visualizaciones que muestren el comportamiento de funciones matemáticas en torno a un límite.

```
# Mostrar la función aproximada y el límite.

plt.plot(x_train, y_train, 'ro', label='Datos de Entrenamiento')

plt.plot(x_test, y_pred, label='Función Aprendida')

plt.axvline(x=2, color='g', linestyle='--', label='x=2 (Punto de Interés)')

plt.xlabel('x')

plt.ylabel('f(x)')

plt.title('Aproximación de la Función y Límite en x=2')

plt.legend()

plt.grid(True)

plt.show()
```

CONCLUSIONES.

El uso de redes neuronales, como el ejemplo anterior, puede ser una herramienta poderosa para ilustrar y reforzar el concepto de límite en el aprendizaje de cálculo, especialmente de las siguientes maneras:

Visualización de aproximaciones.

La red neuronal trata de “aprender” la relación entre las entradas y salidas de los datos de entrenamiento (en este caso, la función $y = 2x$). Durante el proceso de entrenamiento y al analizar los resultados, los estudiantes pueden visualizar cómo el modelo se aproxima a la función objetivo. Este enfoque se puede relacionar con la forma en que los límites aproximan el valor de una función en un punto.

Comprensión de la continuidad.

Al observar cómo el modelo genera valores para puntos cercanos a $x = 2$ (o cualquier otro punto de interés), los estudiantes pueden explorar la idea de continuidad y cómo una función puede ser continua o tener saltos en ciertos puntos. La red neuronal, en su intento de minimizar el error, crea una representación continua, lo que ayuda a los estudiantes a entender la continuidad en el contexto de límites.

Aproximaciones numéricas al límite.

El modelo predice valores para puntos cercanos a un valor específico (como en el intervalo $[1.5, 2.5]$ alrededor de $x = 2$). Esto se puede comparar con el proceso de encontrar un límite numéricamente, evaluando puntos cada vez más próximos al valor de interés.

Concepto de error y límite.

La función de pérdida en la red neuronal mide qué tan lejos están las predicciones del modelo de los valores reales. Este error puede interpretarse de forma similar al concepto de ε en límites: a medida que el error disminuye, el modelo se aproxima cada vez más al valor deseado, lo que es análogo a acercarse al límite.

Experimentación interactiva.

Permitir que los estudiantes modifiquen el código, los datos de entrenamiento, o los parámetros del modelo les brinda una experiencia interactiva donde pueden observar cómo los cambios afectan la precisión de las aproximaciones. Esta experimentación fomenta una comprensión más profunda del concepto de límite y de cómo las aproximaciones pueden variar.

En general, el aprendizaje automático puede hacer que el concepto abstracto de límite sea más tangible y comprensible, usando ejemplos prácticos y visualizaciones que faciliten la intuición de los estudiantes sobre el comportamiento de una función en puntos cercanos a los de interés.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

1. Anderson, T., & Shattuck, J. (2012). Design-based research: A decade of progress in education research? *Educational Researcher*, 41(1), 16–25. <https://doi.org/10.3102/0013189X11428813>
2. Arroyo, I., Woolf, B. P., Burelson, W., Muldner, K., Rai, D., & Tai, M. (2014). A multimedia adaptive tutoring system for mathematics that addresses cognition, metacognition and affect. *International*

3. Canesche, M., Bragança, L., Neto, O. P. V., Nacif, J. A., & Ferreira, R. (2021). Google Colab CAD4U: Hands-On Cloud Laboratories for Digital Design. Proceedings - IEEE International Symposium on Circuits and Systems, 2021-May, 1–5. <https://doi.org/10.1109/ISCAS51556.2021.9401151>
4. Carneiro, T., Da Nobrega, R. V. M., Nepomuceno, T., Bian, G. Bin, De Albuquerque, V. H. C., & Filho, P. P. R. (2018). Performance Analysis of Google Colaboratory as a Tool for Accelerating Deep Learning Applications. IEEE Access, 6, 61677–61685. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2018.2874767>
5. Cornu, B. (1991). Limits. En D. Tall (Ed.), Advanced Mathematical Thinking (pp. 153–166). Kluwer.
6. Cornu, B. (2002). Limits. En D. Tall (Ed.), Advanced Mathematical Thinking. Mathematics Education Library, (Vol. 11, pp. 153–166). Springer. https://doi.org/https://doi.org/10.1007/0-306-47203-1_10
7. Couoh, J. R., Cabañas-Sánchez, G., & Aparicio-Landa, E. (2013). Caracterizando la práctica docente en la implementación de una “propuesta didáctica de límites infinitos mediante situaciones contextuales”. En P. Lestón (Ed.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa (pp. 1923–1931). Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. <https://core.ac.uk/download/162043238.pdf>
8. De La Villa, A., Lois, A., Milevicich, L., & Rodríguez Sánchez, G. (2013). Enseñar matemática: Un reto en el nuevo paradigma tecnológico. En R. Flores (Ed.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa (pp. 1871–1878). Clame.
9. Edwards, K., Scalisi, C., DeMars-Smith, J., & Lee, K. (2024). Google Colab for Teaching CS and ML. 1925–1925. <https://doi.org/10.1145/3626253.3635432>

10. Ferreira, R., Canesche, M., Jamieson, P., Neto, O. P. V., & Nacif, J. A. M. (2024). Examples and tutorials on using Google Colab and Gradio to create online interactive student-learning modules. *Computer Applications in Engineering Education*, 32(4). <https://doi.org/10.1002/CAE.22729>
11. Fonseca González, J. (2018). El pensamiento del profesor, sus prácticas y elementos para su formación profesional. En D. Páges & L. Sema (Eds.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 1725–1732). CLAME.
12. García-Peña, V. R., Mora-Marcillo, A. B., & Ávila-Ramírez, J. A. (2020). Artificial intelligence in education. *Dominio de las ciencias*, 6(3). <https://doi.org/http://dx.doi.org/10.23857/dc.v6i3.1421>
13. Google. (s/f). Google Colaboratory. <https://colab.research.google.com>
14. Gordillo, W., & Araya, D. (2017). Algunos conflictos semióticos identificados en la noción de límite. En L. A. Serna (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 534–541). Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. <https://funes.uniandes.edu.co/wp-content/uploads/tainacan-items/32454/1148141/Gordillo2017Algunos.pdf>
15. Graesser, A. C., Chipman, P., Haynes, B. C., & Olney, A. (2005). Auto tutor: An intelligent tutoring system with mixed-initiative dialogue. *IEEE Transactions on Education*, 48(4), 612–618. <https://doi.org/10.1109/TE.2005.856149>
16. Harms, J. G., Kucherbaev, P., Bozzon, A., & Houben, G. J. (2019). Approaches for dialog management in conversational agents. *IEEE Internet Computing*, 23(2), 13–22. <https://doi.org/10.1109/MIC.2018.2881519>
17. Incio-Flores, F. A., Capuñay-Sanchez, D. L., & Estela-Urbina, R. O. (2023). Artificial Neural Network Model to Predict Academic Results in Mathematics II. *Revista Electronica Educare*, 27(1). <https://doi.org/10.15359/ree.27-1.14516>

18. Mamona-Downs, J. (2001). Letting the intuitive bear on the formal; a didactical approach for the understanding of the limit of a sequence. *Educational Studies in Mathematics*, 48(2–3), 259–288.
<https://doi.org/10.1023/A:1016004822476/METRICS>
19. Marcela Gómez Melo, L., & Maribel Pantoja Portillo, Y. (2013). Límite de funciones, sistemas de representación y estándares de calidad: una metodología de análisis de textos escolares. *Revista Sigma*, 1(11), 26–38. <http://revistasigma.udenar.edu.co/articulos/VolumenXI1/1.pdf>
20. Matich, D. J. (2001). Cátedra: Informática Aplicada a la Ingeniería de Procesos-Orientación I Redes Neuronales: Conceptos Básicos y Aplicaciones.
https://www.firro.utn.edu.ar/repositorio/catedras/quimica/5_anio/orientadora1/monograis/matich-redesneuronales.pdf
21. Méndez Álvarez, C. E. (2001). *METODOLOGIA: Diseño y Desarrollo del proceso de investigación* (3a ed., Vol. 1). Mc Graw Hill.
22. Paulo, G., Viesel, C., & Corrêa, I. (2023). Python™ com o Google Colab para entender conceitos básicos de Cálculo Diferencial e Integral. *Professor de Matemática Online*, 11(33).
<https://doi.org/10.21711/2319023X2023/PMO1133>
23. Pons, J., Valls, J., & Llinares, S. (2013). Characteristics of the thematized schema of limit of function. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa, & N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 449–457).
24. Rendón Mayorga, C. G. (2017). *Diseño de tareas mediadas por la historia del concepto de límite dirigidas a la formación del profesor de matemáticas*. Universidad Pedagógica Nacional.
25. Rojas Maldonado, E. R. (2015a). El método de fermat para la enseñanza de límites. Un widget en mathematica. *Revista Iberoamericana de Producción Académica y Gestión Educativa*, 2(3), 1–17.
<https://www.pag.org.mx/index.php/PAG/article/view/525/563>

26. Rojas Maldonado, E. R. (2015b). Secuencias didácticas para la enseñanza del concepto de límite en el cálculo. *Revista Internacional de Aprendizaje en Ciencia, Matemáticas y Tecnología*, 2(2), 63–76.
<http://funes.uniandes.edu.co/15392/1/Rojas2016Secuencias.pdf>
27. Rojas Maldonado, E. R. (2016). Resultados de la aplicación de secuencias didácticas para la comprensión del concepto del límite en el bachillerato Nicolaíta / Results of application of didactic sequences for understanding the limit concept in high school. *RIDE Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo*. <https://doi.org/10.23913/ride.v6i12.227>
28. Rojas Maldonado, E. R. (2019). Diseño de estrategia de apertura para la interpretación gráfica-analítica a través de Desmos como preparación para el aprendizaje del cálculo diferencial. *RIDE Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo*, 10(19).
<https://doi.org/10.23913/ride.v10i19.493>
29. Rojas Maldonado, E. R. (2020). Understanding Fundamental Concepts of Calculus Through Desmos. An Intervention. *RIDE Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo*, 10(20), 1–15. <https://doi.org/https://doi.org/10.23913/ride.v10i20.672>
30. Santamaría López, T. M., Troya Morejón, I. E., Cruz Ordóñez, M. M., & Salcedo Aparicio, D. M. (2024). Cluster de alto rendimiento en python con google colab. Cluster de Alto Rendimiento en Python con Google Colab. <https://doi.org/10.59764/CEO.53>
31. Tall, D. (1992). The transition to advanced mathematical thinking: Functions, limits, infinity and proof. *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, 20, 495-511
<http://scholar.google.com/scholar?hl=en&btnG=Search&q=intitle:The+Transition+to+Advanced+Mathematical+Thinking+:+Functions,+Limits,+Infinity+and+Proof#0>
32. Tall, D. O. (1986). Building and testing a cognitive approach to the calculus using interactive computer graphics. <http://webcat.warwick.ac.uk/record=b1445867~S9>

33. V, V., C, R. A., Suhas, B., & T, A. (2023). Solution for XOR Problem with Neural Networks Using Google Colab and MATLAB / Simulink. Saudi journal of engineering and technology, 8(1), 16–28.
<https://doi.org/10.36348/SJET.2023.V08I01.003>

DATOS DEL AUTOR.

1. **Erick Radaí Rojas Maldonado.** Doctor en Educación. Profesor e Investigador de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, México. Correo electrónico: radai.rojas@umich.mx ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2521-5107>

RECIBIDO: 4 de enero del 2025.

APROBADO: 9 de febrero del 2025.