



*Asesorías y Tutorías para la Investigación Científica en la Educación Puig-Salabarría S.C.
José María Pino Suárez 400-2 esq a Lerdo de Tejada, Toluca, Estado de México. 7223898475*

RFC: ATI120618V12

Revista Dilemas Contemporáneos: Educación, Política y Valores.

<http://www.dilemascontemporaneoseduccionpoliticayvalores.com/>

Año: XIII Número: 1 Artículo no.:12 Período: 1 de septiembre al 31 de diciembre del 2025

TÍTULO: Lección dirigida a contribuir al proceso de enseñanza-aprendizaje de la media aritmética o promedio, en los estudiantes de primer grado de secundaria en el Valle de México.

AUTOR:

1. Máster. Gilberto Fernández Delgado.

RESUMEN: Esta investigación explica los mecanismos utilizados por estudiantes de primer grado de la secundaria No. 144. “Juan Escutia” en el Estado de México, para aprender el concepto de media aritmética o promedio. La metodología utilizada permitió la exploración de la noción del concepto de promedio, a través de un cuestionario aplicado a 84 estudiantes, para conocer las dificultades que presentan en la realización de tareas relacionadas con el tema. Posteriormente, se elaboró un análisis de las respuestas emitidas y se clasificaron a través de la taxonomía SOLO. El resultado arroja que el 30% de los estudiantes presentan problemas para identificar qué tipo de operaciones deben realizar; esto indica un bajo nivel de abstracción en esta tarea.

PALABRAS CLAVES: estrategia didáctica, concepto de media aritmética o promedio, dificultades que presentan los estudiantes, enseñanza-aprendizaje, bajo rendimiento.

TITLE: Lesson aimed at contributing to the teaching-learning process of the arithmetic mean or average, in first-year secondary school students in the Valley of Mexico.

AUTHOR:

1. Master. Gilberto Fernández Delgado.

ABSTRACT: This research explains the mechanisms used by first grade students of secondary school No. 144. "Juan Escutia" in the State of Mexico, to learn the concept of arithmetic mean or average. The methodology used was the exploration of the notion of the concept of average, through a questionnaire applied to 84 students, to find out the difficulties they present in carrying out tasks related to the subject. Subsequently, an analysis of the answers issued was elaborated and they were classified through the SOLO taxonomy. The result shows that almost 30% of the students have problems identifying what type of operations they should perform, this indicates a low level of abstraction in this task.

KEY WORDS: didactic strategy, concept of arithmetic mean or average, difficulties presented by students, teaching-learning, low performance.

INTRODUCCIÓN.

En el mundo, en la investigación del aprendizaje de la estadística, se presentan estudios que cubren rangos de edad, desde los 8 hasta los 22 años, los cuales explican los problemas y las dificultades que los estudiantes tienen para comprender los conceptos estadísticos. Los primeros estudios (Pollatsek, Lima & Well, 1981; Mevarech, 1983) expusieron los problemas relacionados con errores de los estudiantes al resolver las tareas.

Estudios posteriores (Garfield & Ahlgren, 1988; Strauss & Bichler, 1988), además de presentar explicaciones a los errores de los estudiantes sobre las propiedades matemáticas de los conceptos, particularmente de la media aritmética, en la presencia de creencias equivocadas y conocimientos previos que se presentan como obstáculos, encontraron que estas explicaciones no justificaban todos los hechos reportados, concluyendo que muchos de estos errores no se deben exclusivamente a la falta de atención o de la motivación de los estudiantes.

En México, dentro de un salón de clases de primer grado de secundaria, un alumno puede llegar a experimentar sentimientos de frustración, decepción, desagrado o impotencia, por no poder resolver

problemas o situaciones problemáticas, relacionados con la asignatura de matemáticas en estadística, con el tema medidas de tendencia central, en particular con el uso y manejo del promedio o la media aritmética. En este trabajo de investigación se intenta explicar, en términos del funcionamiento cognitivo del pensamiento de los alumnos, los mecanismos que estos utilizan, en los que se involucra el concepto de media aritmética o promedio para resolver tareas que lo requieren, considerando las variables de la tarea, su conocimiento matemático previo y el conocimiento que el contexto le provee y que el alumno considera necesario, para el estudio de las matemáticas en general y la estadística en particular.

Las prácticas docentes en la asignatura de matemáticas en muchos casos resultan poco interesantes para los estudiantes de secundaria, las actividades en clase, así como las tareas que se deben realizar en casa, que no siempre son las más adecuadas, ya que no parten de las necesidades de los estudiantes ni de su contexto. Se observa, que el problema radica no sólo en la comprensión o el interés del alumno, sino que también intervienen el conocimiento sobre el tema, el tipo de estrategias didácticas, así como los materiales utilizados, por parte de los docentes, que no logran interesar suficientemente a sus alumnos.

A partir de esto, se comprende el problema que se presenta en estudiantes de secundaria con el uso y manejo del promedio.

Es así como la importancia que la estadística ha alcanzado a nivel mundial, al igual que su incorporación en el currículo de matemáticas en los distintos niveles escolares, ha llevado a los educadores estadísticos a acuñar términos como “Pensamiento Estadístico”, “Razonamiento Estadístico”, entre otros, para referirse a diferentes aspectos de la enseñanza, el aprendizaje y la implementación de la estadística. Esto de no tener una sola definición, lo hace todavía más confuso para los profesores de educación básica, ya que los diferentes autores de los libros de texto se refieren al pensamiento estadístico de diferentes formas. A pesar de que el término Pensamiento Estadístico hace alusión a un concepto complejo y que en la actualidad no se ha establecido un consenso acerca de su definición, algunos autores que han avanzado investigaciones en esta dirección, (Pfannkuch & Wild, 2002; Wild & Pfannkuch, 1999) y expresan que el

término pensamiento estadístico es como un mantra que evoca cosas entendidas de manera vaga, de nivel intuitivo, pero sobre todo, muy poco estudiadas.

Batanero (2000) propone cinco tipos de elementos que constituyen el significado integral de un objeto matemático, como lo es el promedio:

En resumen, se tienen tres significados principales:

Reparto equitativo.

Obtener la media de dos grupos a partir de la media y cardinalidad de cada grupo (La media de la unión de varios grupos no es la media de las medias de cada grupo).

Estimación de una medida desconocida en presencia de errores de medida.

Identificar situaciones.

Excluir valores atípicos.

Elemento representativo de un conjunto de datos.

Interpretación de números resumen.

Comparación de grupos.

El presente artículo se relaciona con la comprensión del promedio (o media aritmética) en estudiantes de secundaria, dentro de un contexto de resolución de problemas, tomando en cuenta el desarrollo del pensamiento estadístico propuesto por Wild & Pfannkuch (1999).

El concepto promedio o media aritmética, no solo se debe enseñar como un algoritmo sencillo de resolver y su definición como la suma de todos los datos y la división por la cantidad de datos. Esto no tiene ningún sentido para los alumnos, más bien se trata de usar e interpretar el significado de este concepto dentro del contexto de un problema real, en el que los estudiantes participan de manera activa en la resolución de problemas.

En el caso particular de la media aritmética o promedio, no es un concepto simple de entender como pudiera creerse en apariencia, tradicionalmente la enseñanza de este concepto se reduce al uso y aplicación

de unos algoritmos, sin que haya comprensión de su significado. Su solo cálculo en colecciones de datos no permite que los alumnos lleguen a una comprensión integral de concepto de promedio.

A pesar de la importancia que tiene el estudio de la estadística, la visión que se tiene sobre su enseñanza por parte de algunos docentes está limitada al uso de algoritmos, y predomina la parte operativa para poder cambiar la visión que tienen los estudiantes acerca del promedio; se necesita diseñar actividades que resulten atractivas para los estudiantes.

DESARROLLO.

En el estado de México, se ha podido determinar en la Escuela Secundaria General No.144 “Juan Escutia”, que dentro de la asignatura de matemáticas los estudiantes de primer grado presentan serios problemas en cuanto al tema de medidas de tendencia central en particular al contenido de promedio, logrando identificar que los alumnos suelen mostrar desinterés y apatía para tratar de entender lo que se está aprendiendo en clase; por tanto, la investigación se propuso como objetivos:

- Conocer los aprendizajes previos de los estudiantes de primer grado de secundaria respecto al concepto de media aritmética o promedio.
- Diseñar una estrategia didáctica que contribuya a la comprensión del concepto de media aritmética o promedio.

Introducción a la propuesta didáctica.

El presente trabajo de investigación tiene la intención de elaborar una estrategia didáctica que permita al alumno comprender, manejar y usar adecuadamente el promedio o media aritmética en la resolución de problemas, a partir de la aplicación de una lección, por parte de los docentes de matemáticas con alumnos de primer grado de secundaria.

Metodología.

A continuación, se describe la metodología seguida durante las dos fases: fase 1, el diagnóstico, y fase 2, la planeación e implementación en que se desarrolló este trabajo. Por cada fase se detallan las características de los participantes, los instrumentos utilizados para recolectar los datos, así como el procedimiento de aplicación de dichos instrumentos y el procedimiento para el análisis de datos.

Fase 1. Diagnóstico.

Durante esta fase, se realizó una exploración de las nociones de los estudiantes con relación al concepto de promedio. El objetivo fue conocer las dificultades que tienen los estudiantes para resolver problemas, así como el conocimiento que tienen los estudiantes sobre este concepto.

Participantes.

En esta fase participaron 84 alumnos de primer grado de secundaria (11–13 años), a quienes se les aplicó un cuestionario exploratorio de diagnóstico. Los alumnos seleccionados pertenecen a la escuela secundaria No. 144 “Juan Escutia” del Estado de México. Es importante aclarar, que los alumnos de esta escuela se presentan el 50% de los alumnos un día y el 50% de los alumnos al otro día, ya que en el momento de la aplicación de este diagnóstico estábamos aún en la pandemia.

Instrumento de aplicación.

Para explorar las nociones de los estudiantes de secundaria sobre el concepto en estudio (promedio), se diseñó un cuestionario exploratorio de 8 preguntas. Dichas preguntas fueron tomadas de diversas fuentes: Batanero y cols. (1994); Batanero (2000); Mevarech (1983).

Cabe destacar, que se realizaron algunas modificaciones de presentación y contexto a las preguntas originales. A partir de la aplicación de un estudio piloto, que permitió validar las transformaciones necesarias al instrumento original. A continuación, a modo de ejemplo, se detallan únicamente dos preguntas para explorar las nociones de los estudiantes en tal concepto.

Pregunta 1: Unos niños llevan a clase caramelos. Andrés lleva 5, María 8, José 6, Carmen 1 y Daniel no lleva ninguno. ¿Cómo deberían repartir los caramelos de forma equitativa?

En lo que se refiere a esta pregunta, se espera que los alumnos respondan que una forma de repartir los caramelos de forma equitativa es sacando el promedio, que sumen los caramelos y dividan por el total de alumnos. Ya que el promedio es el concepto implícito en esta pregunta. Esta pregunta fue tomada de Batanero (2000), y menciona que las dificultades que presentan los estudiantes de secundaria es no tener en cuenta el cero en el cálculo de la media.

Pregunta 2: Cuestionario diagnóstico. En un ascensor hay 10 personas, 4 mujeres y 6 hombres. El peso promedio de las mujeres es de 60 Kg. y el de los hombres de 80 Kg. ¿Cuál es el peso promedio de las 10 personas del ascensor? ¿Por qué?

La misma pregunta señala obtener el peso promedio de las 10 personas que están en el ascensor; sin embargo, el cálculo implica una comprensión del algoritmo de la media aritmética para aplicar una media ponderada. Se esperan varias dificultades, como las señaladas por Mevarech (1983), quien menciona que incluso los estudiantes universitarios piensan que la media tiene la propiedad asociativa y cuando tienen que hallar la media de un conjunto grande de números, lo dividen en partes hallando primero la media de cada parte y luego promediando el resultado obtenido.

Procedimiento de aplicación.

El cuestionario exploratorio fue aplicado a los 3 grupos de primer grado de la escuela secundaria general No. 144 “Juan Escutia” del Estado de México, por su propio profesor en un módulo de 50 minutos, durante las primeras semanas de octubre 2021, afirmándoles que su aplicación no afectaría su evaluación, con el fin de que expresaran su pensamiento libremente.

Procedimiento de análisis de datos.

La taxonomía SOLO (Structure of the Observed Learning Outcome, por sus siglas en inglés) puede ser usada para evaluar la calidad del aprendizaje, ofrece una herramienta asequible que permite evaluar la

calidad del desempeño de los estudiantes en términos de la complejidad de las estructuras mentales expresadas durante la ejecución de una tarea (Biggs, J., & Collis, K., 1982).

El aprendizaje se ve como una secuencia consistente o ciclo de aprendizaje, que es generalizable a una gran variedad de tareas y particularmente tareas escolares. Esta secuencia se refiere a un incremento jerárquico en la complejidad estructural de las respuestas a esas tareas. El desempeño de un estudiante es una expresión o manifestación directa de las competencias intelectuales, observables durante la realización de una tarea específica. Los niveles de operación o de estructura mental definidos por la taxonomía SOLO son cinco constructos establecidos para describir el progreso de los alumnos en su desempeño, y sirven para definir metas de enseñanza en términos del desarrollo intelectual.

La categorización de los resultados de este trabajo se realizó según los primeros cuatro niveles cognitivos (Pre-Estructural, Uni-Estructural, Multi-Estructural y Relacional), ya que en este nivel (primer grado de secundaria), los alumnos no teorizan ni formulan hipótesis, como lo indica el quinto nivel de la Taxonomía SOLO, que es abstracta y ampliada.

1. Pre-estructural. Hay un compromiso con la tarea, pero el alumno está distraído o engañado por un aspecto irrelevante. Las respuestas pre-estructurales indican que el aprendizaje está en un nivel muy bajo de abstracción para la tarea en cuestión y no identifica ningún aspecto asociado con ella.

2. Uni-estructural. Los alumnos se centran en un dominio relevante de la tarea, y toman un aspecto para trabajar con él, pero no establecen relaciones de hechos e ideas.

3. Multi-estructural. El alumno toma más y más características relevantes o correctas de la tarea, pero no los integra.

4. Relacional. El alumno integra una con otra las partes de la tarea, de manera que el entero tiene una estructura coherente y con significado.

El cálculo del promedio, por ejemplo, se puede descomponer en tareas u operaciones realizadas por los estudiantes, lo que permite hacer una categorización con respecto al número de operaciones que efectúan

para concretar la tarea y si las interrelaciona o no, tomando en cuenta lo anterior, se podrá clasificar el nivel cognitivo de las respuestas de los estudiantes de secundaria con respecto a la comprensión del promedio.

Descripción de Categorías.

Para categorizar las nociones de los estudiantes sobre el concepto de promedio, se clasifican las respuestas y justificaciones de los estudiantes a cada una de las preguntas del cuestionario.

La siguiente tabla muestra la clasificación de las respuestas de los estudiantes según el concepto en estudio y los niveles de conocimiento a partir del modelo de la taxonomía SOLO.

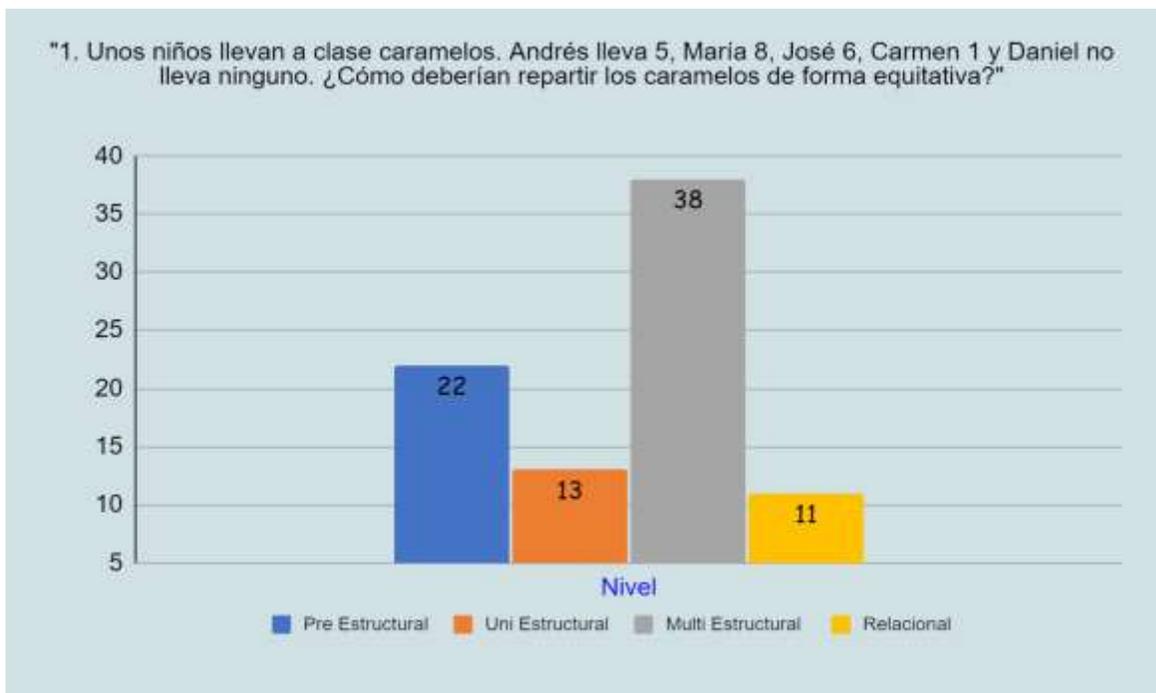
Tabla 1. Categorización de las respuestas a las preguntas 1 y 2 del cuestionario diagnóstico.

No. de pregunta	Concepto	Pre-Estructural	Uni-Estructural	Multi-Estructural	Relacional
# 1	Media (promedio)	Respuestas que evidencian un reparto no equitativo, es decir no hacen uso del promedio.	Respuestas que contemplan el promedio para hacer el reparto, pero realizan una operación incompleta: No consideran a Daniel en el reparto o la suma de caramelos es distinta de 20.	Respuestas de los estudiantes que explican un procedimiento, de acuerdo con un cálculo del promedio, de manera correcta.	Respuestas que justifican clara y explícitamente el uso del promedio.
# 2	Media ponderada (promedio)	La respuesta es incorrecta, ya que el alumno no entiende qué tipo de operaciones debe hacer para contestar esta pregunta, y solamente suman los pesos promedios de hombres y mujeres	En esta categoría se clasifican las respuestas que tratan de equilibrar los pesos, pero la operación es incorrecta porque multiplicó mal e hizo la suma de multiplicaciones mal.	Se clasifican en este nivel las respuestas que equilibran los pesos y la multiplicación de los pesos es correcta, pero no distribuye el peso resultante entre las diez personas. Es decir, no realiza la	En este nivel se categorizan las respuestas de los estudiantes cuando estas son correctas, el resultado es correcto porque equilibra los pesos y luego realiza la media aritmética de manera correcta.

		80Kg. + 60Kg. = 140Kg.		media aritmética de manera correcta.	
--	--	---------------------------	--	---	--

1. Unos niños llevan a clase caramelos. Andrés lleva 5, María 8, José 6, Carmen 1 y Daniel no lleva ninguno. ¿Cómo deberían repartir los caramelos de forma equitativa?

En lo que se refiere a esta pregunta se espera que los alumnos respondan, que repartir los caramelos de forma equitativa es sacando el promedio, que sumen los caramelos y dividan por el total de alumnos, el promedio es el concepto implícito en esta pregunta, se debe recordar que se categorizan las respuestas de los estudiantes a través de la Taxonomía SOLO.



Gráfica 1. Respuestas al aspecto reparto equitativo, como concepto del promedio.

A partir de los resultados que se muestran en la gráfica 1, se puede observar que 22 de 84 alumnos los cuales representan el 26.19% de los alumnos de primer grado de la escuela secundaria No. 144. "Juan Escutia" en el Estado de México presentan serios problemas para identificar qué tipo de operaciones deben realizar; esto indica que el aprendizaje está en un nivel muy bajo de abstracción en esta tarea específicamente, como se muestra en el siguiente ejemplo:

Ejemplo de respuesta en el nivel Pre-estructural, sobre reparto equitativo, como concepto del promedio.

1. Unos niños llevan a clase caramelos. Andrés lleva 5, María 8, José 6, Carmen 1 y Daniel no lleva ninguno. ¿Cómo deberían repartir los caramelos de forma equitativa?

Deberían repartirlos cada uno que tienen
Andrés, María, José y Carmen lo deberían sumar

Realiza aquí tu operación si lo consideras necesario:

$$\begin{array}{r} + 58 \\ + 61 \\ \hline 119 \end{array}$$

También se puede observar, que 13 de 84 alumnos que son el 15.47% de los alumnos se centran solo en una parte de la tarea y en el caso específico de esta pregunta no toman en cuenta a “Daniel quien no llevó caramelos a clase”. o se equivocan en las operaciones. El ejemplo siguiente da muestra de esta afirmación:

Ejemplo de respuesta en el nivel Uni-estructural, sobre reparto equitativo, como concepto del promedio.

1. Unos niños llevan a clase caramelos. Andrés lleva 5, María 8, José 6, Carmen 1 y Daniel no lleva ninguno. ¿Cómo deberían repartir los caramelos de forma equitativa?

Deberían repartirlos en 5 cada uno

Realiza aquí tu operación si lo consideras necesario:

$$\begin{array}{r} + 5 \\ + 8 \\ + 6 \\ + 1 \\ \hline 20 \end{array}$$

Se puede afirmar, que 38 de 84 alumnos, que representan el 45.23% de los alumnos que resolvieron el cuestionario, explican un procedimiento de acuerdo con un cálculo del promedio; de manera correcta, quiere decir, que toman cada vez más y más características relevantes o correctas de la tarea, pero no los integran, así se muestra en el siguiente ejemplo:

Ejemplo de respuesta en el nivel Multi-estructural, sobre reparto equitativo, como concepto del promedio.

1. Unos niños llevan a clase caramelos. Andrés lleva 5, María 8, José 6, Carmen 1 y Daniel no lleva ninguno. ¿Cómo deberían repartir los caramelos de forma equitativa?

4 caramelos para cada uno

Realiza aquí tu operación si lo consideras necesario:

$$\begin{array}{r} 5 \\ + 8 \\ + 6 \\ + 1 \\ \hline 20 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 5 \overline{)20} \\ \underline{20} \\ 0 \end{array}$$

Sólo el 13.1% de los alumnos integran una con otra las partes de la tarea, de manera que el entero tiene una estructura coherente y con significado. Como se muestra en el siguiente ejemplo:

Ejemplo de respuesta en el nivel Relacional, sobre reparto equitativo, como concepto del promedio.

1. Unos niños llevan a clase caramelos. Andrés lleva 5, María 8, José 6, Carmen 1 y Daniel no lleva ninguno. ¿Cómo deberían repartir los caramelos de forma equitativa?

Sumando lo que lleva Andre, Maria, Jose y Carmen, despues deberan dividir lo que se junta entre todas

Realiza aquí tu operación si lo consideras necesario:

$$5+8+6+1=20$$

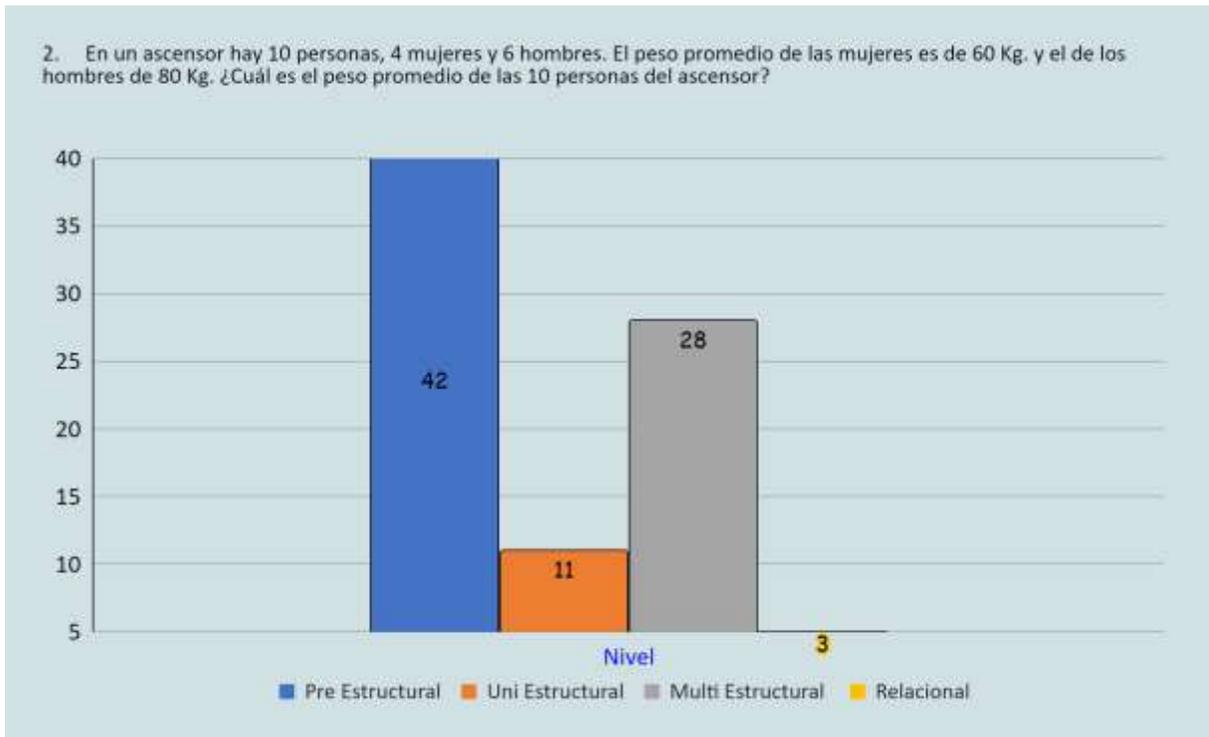
$$\begin{array}{r} 4 \\ 5 \overline{)20} \\ \underline{20} \\ 0 \end{array}$$

Se puede inferir, que el 41.66% de los alumnos de primer grado presentan dificultades para resolver problemas de reparto equitativo, relacionado con el uso y manejo del promedio. La gráfica 2 representa las respuestas a la segunda pregunta del cuestionario diagnóstico.

2. En un ascensor hay 10 personas, 4 mujeres y 6 hombres. El peso promedio de las mujeres es de 60 Kg. y el de los hombres de 80 Kg. ¿Cuál es el peso promedio de las 10 personas del ascensor?

La misma pregunta señala obtener el peso promedio de las 10 personas que están en el ascensor; sin embargo, el cálculo implica una comprensión del algoritmo de la media aritmética para aplicar una media ponderada. Se esperan varias dificultades, como que los estudiantes piensan que la media tiene la propiedad asociativa y cuando tienen que hallar la media de un conjunto grande de números, lo dividen

en partes hallando primero la media de cada parte y luego suman esas medias, pero no realizan la división por la cantidad de elementos.



Gráfica 2. Respuestas al aspecto media ponderada, como concepto del promedio.

Los resultados muestran que 42 de 84 alumnos, que representan el 50% de primer grado de la escuela secundaria No. 144. “Juan Escutia” en el Estado de México, no logran identificar qué tipo de operaciones tienen que realizar para lograr resolver este problema de media ponderada. ya que únicamente suman los pesos promedio de mujeres y hombres o no tienen idea del tipo de operaciones que deben realizar. Como se muestra en el siguiente ejemplo.

Ejemplo de respuesta en el nivel Pre-estructural, sobre media ponderada, como concepto del promedio.

20
2. En un ascensor hay 10 personas, 4 mujeres y 6 hombres. El peso promedio de las mujeres es de 60 Kg. y el de los hombres de 80 Kg. ¿Cuál es el peso promedio de las 10 personas del ascensor?

140 kg

¿Por qué? Porque si sumas el peso de las mujeres con la de los hombres da resultado a 140 kg

Realiza aquí tu operación si lo consideras necesario:

$$\begin{array}{r} 60 \\ + 80 \\ \hline 140 \end{array}$$

También se puede observar, que 11 de 84 alumnos, el 13.1% solo resuelven una parte de la tarea, y en el caso de esta pregunta, se equivocan al resolver las operaciones, pero si tienen una idea de lo que tienen que hacer.

Ejemplo de respuesta en el nivel Uni-estructural, sobre media ponderada, como concepto del promedio.

2. En un ascensor hay 10 personas, 4 mujeres y 6 hombres. El peso promedio de las mujeres es de 60 Kg. y el de los hombres de 80 Kg. ¿Cuál es el peso promedio de las 10 personas del ascensor?

La total el peso sería de 724

¿Por qué? 60×4 son 244 y de los hombres sería 480 la totales serían 724 kg

Realiza aquí tu operación si lo consideras necesario:

$$\begin{array}{r} 60 \\ \times 4 \\ \hline 244 \end{array} \quad \begin{array}{r} 80 \\ \times 6 \\ \hline 480 \end{array} \quad \begin{array}{r} 480 \\ + 244 \\ \hline 724 \end{array}$$

Se puede afirmar también, que 28 de 84 alumnos, que representa el 33.33%, tienen idea de las operaciones que deben realizar, pero no distribuyen el peso resultante entre las diez personas; es decir, no realizan la media aritmética de manera correcta.

Ejemplo de respuesta en el nivel Multi-estructural, sobre media ponderada, como concepto del promedio.

2. En un ascensor hay 10 personas, 4 mujeres y 6 hombres. El peso promedio de las mujeres es de 60 Kg. y el de los hombres de 80 Kg. ¿Cuál es el peso promedio de las 10 personas del ascensor?

720 kg

¿Por qué? Porque tenemos que sumar

Realiza aquí tu operación si lo consideras necesario:

$$6 \times 4 = 24 \quad 6 \times 8 = 48$$

$$24 + 48 = 27$$

$$\begin{array}{r} 480 \\ + 240 \\ \hline 720 \end{array}$$

En este ejemplo, 3 de 84 alumnos, que son el 3.5%, logran entender el procedimiento que deben realizar de acuerdo con la tarea, resuelven correctamente las operaciones, y el resultado es correcto porque equilibran los pesos, y luego realizan la media aritmética de manera correcta, como se muestra a continuación:

Ejemplo de respuesta en el nivel Relacional, sobre media ponderada, como concepto del promedio.

2. En un ascensor hay 10 personas, 4 mujeres y 6 hombres. El peso promedio de las mujeres es de 60 Kg. y el de los hombres de 80 Kg. ¿Cuál es el peso promedio de las 10 personas del ascensor?

72 Kilos

¿Por qué? Mujeres es 4×60 es igual a 240 Kg y de hombres $6 \times 80 = 480$ Kg lo sumas + da 720
Lo divides 72 kilos

Realiza aquí tu operación si lo consideras necesario:

Mujeres - $4 \times 60 = 240$ Kg
 hombres $6 \times 80 = 480$ Kg
 peso total = $240 + 480 = 720$
 peso promedio = $720 / 10 = 72$ kilos

El 96.5% de los alumnos, en referencia a este problema, no logran identificar las operaciones que deben realizar o no distribuyen el peso resultante entre las diez personas, para encontrar la media ponderada.

Después de hacer el análisis de los resultados obtenidos en la aplicación del diagnóstico, y para tratar de revertir esta situación, se propone la “lección A”, que es una secuencia didáctica que le permitirá a los alumnos a través de una serie de actividades, comprender el uso y significado del concepto media aritmética o promedio.

Fase 2. Planeación e intervención.

Durante la segunda fase, se realizó una exposición de los resultados obtenidos en el cuestionario diagnóstico con el profesor de los grupos, sobre las dificultades que presentaron los estudiantes en la etapa anterior, y se diseñó una lección que permitirá superar esas dificultades. La propuesta se discutió con el profesor de los grupos, así como el contenido, objetivos, aplicabilidad, resultados esperados, etc.

Se integró la lección A, la cual constó de un cuestionario previo y la lección con 3 hojas de trabajo con diferentes actividades, las cuales fueron diseñadas y planificadas para lograr el aprendizaje del concepto de promedio en alumnos de primer grado de secundaria.

Participantes.

En esta fase participaron los mismos alumnos que en el cuestionario diagnóstico, solo de primer grado de secundaria (11 – 13 años) a quienes se les aplicó la lección A, la cual constó de un cuestionario previo y la lección con 3 hojas de trabajo y diferentes actividades. Los alumnos seleccionados pertenecen a la escuela secundaria No. 144 “Juan Escutia” del Estado de México.

Instrumento.

El instrumento de recolección de datos fue la secuencia de actividades, denominada lección A, la cual se planificó y diseñó con el objetivo de ayudar a los estudiantes a mejorar las dificultades sobre el concepto de promedio o media aritmética, detectadas en la fase anterior, considerando además, los objetivos del programa de estudios de educación secundaria (2017) y los elementos necesarios para promover un pensamiento estadístico.

El objetivo principal de la lección fue: promover el desarrollo del pensamiento estadístico, el cual se fundamenta en el uso de la estadística para resolver problemas, mejorando así, las dificultades sobre el concepto de promedio o media aritmética. Con esto en mente, se organizó la lección en una secuencia, que constó de un cuestionario previo y tres actividades en hojas de trabajo.

Cada una de estas actividades se entregó a los estudiantes. El problema de la lección consistió en investigar si en el grupo había estudiantes cuyo peso de su mochila pasaba del peso permitido (15% del peso corporal), ya que eso puede ocasionarles daño en la espalda, y comparar si eran los hombres o las mujeres quienes cargaban más peso. La siguiente tabla detalla los objetivos y tareas de cada una de dichas actividades.

Tabla 2. Objetivos y tareas del conjunto de actividades de la Lección A.

Objetivos	Tareas
Cuestionario Previo.	
<ul style="list-style-type: none"> ● Que los alumnos estimen sus pesos para compararlos con los reales. 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Estimar su peso corporal, el peso de sus mochilas y el peso de sus compañeros de equipo.
Actividad A1.	
<p>Que los alumnos:</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Se percaten de la necesidad de la obtención de datos para solucionar el problema planteado en clase. ● Proporcionen datos estimados sobre su peso corporal y el peso de su mochila. ● Calculen el porcentaje que representaría el peso estimado de la mochila en relación con el peso corporal estimado. 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Estimar su peso corporal. ➤ Estimar el peso de su mochila. ➤ Leer información y proponer cual sería el peso máximo que pueden cargar sin llegar a lastimarse. ➤ Sentir la necesidad de tener datos reales. ➤ Llegar a entender que se deben tener datos reales para solucionar un problema real.
Actividad A2.	
<p>Que los alumnos:</p>	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Resolver las preguntas de investigación. ➤ Llenado de tablas de datos.

<ul style="list-style-type: none"> ● Realicen la recolección de datos, presenten los resultados de manera organizada mediante tablas y comparen los datos reales con los estimados. ● Calculen la media o promedio del porcentaje del peso de las mochilas con respecto al peso corporal para interpretar los datos. 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Recolección de la información. ➤ Cálculo de porcentajes. ➤ Organización de la información ➤ Análisis de datos. ➤ Identificar cuántos hombres y cuántas mujeres cargan más del 15% de su peso corporal. ➤ Identificar quiénes cargan más peso en sus mochilas respecto a su peso corporal, los hombres o las mujeres.
Actividad A3.	
<p style="text-align: center;">Que los alumnos:</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Construyan tablas de frecuencia y gráficas. ● Analicen e interpreten los datos. ● Discutan los resultados estadísticos en relación con el problema. ● Calculen la media o promedio del porcentaje del peso de las mochilas con respecto al peso corporal para interpretar los datos. 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Calcular el promedio del peso de la mochila de las mujeres y de los hombres para compararlos. ➤ Hacer transnumeraciones con los datos. ➤ Organización de la información ➤ Elaborar tablas de frecuencias. ➤ Elaborar graficas con las tablas de frecuencias. ➤ Análisis de datos. ➤ Tener en cuenta el promedio en la comparación de la información. ➤ Hacer una reflexión con las preguntas de investigación.

La guía para el profesor especificó los objetivos en relación con los elementos del pensamiento estadístico implícitos en cada una de las actividades de la lección. Dentro de la guía se incluyeron las actividades, se señalaron con notas para el profesor, y las recomendaciones para propiciar el cumplimiento de los objetivos. Estas actividades se entregaron por separado, en hojas de trabajo, a los estudiantes durante la clase.

Los datos que se analizan provienen de las hojas de trabajo que implicaban algunos de los elementos de un pensamiento estadístico. El diseño de la lección comprendió dos formatos: Las hojas de trabajo para los estudiantes, y la guía para el profesor.

Actividad A1: (Hoja de trabajo 1).

La intención pedagógica que subyace en los objetivos de esta actividad fue promover el desarrollo de tres de los elementos de un pensamiento estadístico: *Problema, Plan y Necesidad de Datos Reales*. Estos tres elementos comprenden un problema que investigar, entender el problema, e idear un plan para resolverlo, y con ello, desarrollar una mejor noción sobre el concepto de promedio o media aritmética.

La mayoría de las fuentes consultadas en Internet reportan que los médicos sugieren el 15% corporal como el límite de peso que deben cargar los niños y adolescentes en sus mochilas para no sufrir problemas de columna o dolores de espalda; sin embargo, cabe mencionar, que es importante reconocer, que en caso de jóvenes obesos, se debe considerar de mayor importancia el peso de las mochilas, pues la propia obesidad ya es un factor que influye en su salud, incluyendo el dolor de espalda.

Esta actividad incluyó tres tareas para motivar y despertar el interés de los estudiantes en la investigación del problema. Una vez comprometidos en el problema, los objetivos específicos de la actividad intentaban que los alumnos:

- I. Se percaten de la necesidad de la obtención de datos para solucionar el problema planteado en clase.
- II. Proporcionaran datos estimados sobre su peso corporal y el peso de su mochila.
- III. Calcularan el porcentaje que representaría el peso estimado de la mochila en relación con el peso corporal estimado.

Actividad A.2: (Hoja de trabajo 2).

Con esta actividad, se planificó promover cinco elementos del pensamiento estadístico: *Datos, Análisis, Conclusiones, Transnumeración e Integración de lo estadístico y lo contextual*. Los primeros tres corresponde al ciclo investigativo PPDAC y los últimos dos forman parte de los tipos de pensamiento estadístico.

Con las tareas que conformaron esta actividad se continuó comprometiendo a los estudiantes en la investigación del problema y se puntualizaron tres preguntas que se debían responder con la investigación

del peso de las mochilas. Esta actividad comprendió básicamente la etapa de recolección de los pesos, representación de los datos en tablas, y el análisis de éstos para responder a la primera pregunta de investigación.

Los objetivos de esta actividad fueron que los alumnos:

I. Realizaran la recolección de datos, presentaran sus resultados de manera organizada mediante tablas, y compararan los datos reales con los estimados.

II. Calcularan la media o promedio del porcentaje del peso de las mochilas con respecto al peso corporal para interpretar los datos.

Este último objetivo implicaba el cálculo del promedio de los porcentajes; es decir, del peso relativo de la mochila, para que la comparación se hiciera en términos del peso que carga el estudiante en su mochila con relación a su peso corporal.

Actividad A3: (Hoja de trabajo 3).

Esta actividad amplió el proceso de *transnumeración* de los datos para responder a últimas dos preguntas de investigación. La actividad contempló tres elementos del ciclo PPDAC y tres tipos de pensamiento: *Datos, Análisis, Conclusiones, Transnumeración, Modelación e Integración de lo estadístico y lo contextual*.

Las tareas de esta actividad comprendían el análisis de los datos y las conclusiones según los resultados estadísticos y las preguntas de investigación sobre el peso de las mochilas. La intención de esta actividad contempló tres objetivos específicos, que los alumnos:

I. Construyeran tablas de frecuencia.

II. Analizaran e interpretaran los datos a través de las tablas de frecuencia y gráficas.

IV. Discutieran los resultados estadísticos en relación con el problema.

Procedimiento de implementación de las secuencias de actividades.

Una vez diseñada la lección A, la implementación de las tres actividades descritas se llevó a cabo en un promedio de 3 sesiones (150 min. de clase). La lección formó parte de las actividades que los estudiantes realizaron en su clase de matemáticas, en particular, de las correspondientes al Eje: “Análisis de datos”, Tema: “Estadística”, que contiene el plan de estudios 2017, para alumnos de primer grado de secundaria. *“Usa e interpreta las medidas de tendencia central (moda, media aritmética y mediana) y el rango de un conjunto de datos, y decide cuál de ellas conviene más en el análisis de los datos”*., el profesor dio las instrucciones según las indicaciones de las hojas de trabajo y la guía del profesor.

Al igual que en la fase anterior, se clasificaron las respuestas de los estudiantes según los cuatro niveles del modelo SOLO. En esta ocasión, se seleccionaron sólo aquellas tareas que implicaban el concepto de media o promedio.

A continuación, se detallan únicamente las dos preguntas que se van a analizar, las cuales corresponden a la actividad A3.

Pregunta 1: Lección A. (Actividad A3).

1. *¿Cuál es el peso promedio de la mochila de las mujeres?*

2. *¿Cómo obtuviste la respuesta?*

Con estas preguntas, se pretendió evaluar el cálculo del promedio, así como la justificación de éste. Cabe mencionar, que también se preguntó por el promedio del peso de las mochilas de los hombres, pero se consideró pertinente sólo analizar una de ellas.

Pregunta 3: Lección A. (Actividad A3).

En promedio, ¿Cuál mochila pesa más? ¿La de los hombres o la de las mujeres? ¿Cómo obtuviste la respuesta?

En esta pregunta, se pretendió evaluar el uso del promedio para comparar el peso de la mochila de las mujeres y la de los hombres, así como su justificación a la misma. Para categorizar las nociones de los

estudiantes sobre el concepto de promedio, se clasificaron las respuestas y justificaciones de los estudiantes a cada una de las preguntas aquí descritas.

La siguiente tabla muestra la clasificación de las respuestas de los estudiantes sobre el concepto de promedio o media aritmética y los niveles de conocimiento a partir del modelo de la taxonomía SOLO.

Tabla 3. Categorización de las respuestas a las preguntas 1 y 3 de la actividad A3.

No. de pregunta	Pre-Estructural	Uni-Estructural	Multi-Estructural	Relacional
# 1	En este nivel, se clasificaron las respuestas de los alumnos que solo suman y no dividen el total de pesos de las mochilas por el total de alumnas o dan un número incorrecto; en ambos casos no logran justificar su respuesta ya que sólo mencionan la operación que hicieron.	Se clasificaron las respuestas de los alumnos que realizan las operaciones correctas suman y dividen, pero en su justificación dicen que solo observaron la tabla o sumaron.	Se encuentran las respuestas de los alumnos que realizan correctamente las operaciones para encontrar el promedio, pero en su justificación no integran el concepto de promedio.	Dentro de este nivel la respuesta es correcta, así como las operaciones que realizan los estudiantes y además integra la componente promedio dentro de su justificación.
# 3	Cuando su respuesta se basa en consideraciones ajenas a la tarea, o cuando se realizan operaciones incompletas o incorrectas, o cuándo la justificación está fuera	Cuando las respuestas son apropiadas, pero sin dar una justificación adecuada o cuando la respuesta no es la correcta, pero la justificación es adecuada.	Se encuentran respuestas que son correctas e integran en su justificación argumentos pertinentes, aunque débiles o no bien ligados.	Se ubican las respuestas que especifican claramente e integran la componente media o promedio.

	del contexto del problema.			
--	----------------------------	--	--	--

Para lograr los objetivos específicos de cada una de las tres actividades que conformaron la lección, el profesor se apoyó en la medida de lo posible en la guía del profesor. La estimación de los datos sirvió para el cálculo del porcentaje, pues se pensó como una posible dificultad, y con estas acciones se propició el logro de dos de los objetivos (estimación de los pesos y cálculo del porcentaje); sin embargo, estos objetivos pretendieron la reflexión sobre la necesidad de datos reales, lo cual se originó cuando se respondieron las preguntas 3, 4 y 5, de la hoja de trabajo 1.

La pregunta 4, de la hoja de trabajo 1, estuvo pensada para que los alumnos pensarán en una forma de organizar los datos que se recolectan, por ejemplo: *usar tablas, gráficas*. El profesor los indujo al uso de dos tablas (hombres y mujeres), las cuales se representaron en dos hojas de rotafolio.

La pregunta 5, de la hoja de trabajo 1, permitió que los estudiantes obtuvieran sus propios pesos, el docente los indujo con preguntas para obtenerlos, por ejemplo: *utilizar una báscula, hacer una encuesta, etc.* El profesor dio oportunidad para que los estudiantes compartieran sus estrategias y reflexionaron sobre la importancia de obtener datos reales, explicando: *los datos estimados solo nos proporcionan una idea de la realidad y los datos reales nos permiten resolver problemas.*

Cuando los alumnos terminaron de pesarse y recolectar toda la información, el profesor les ayudó a calcular el porcentaje del peso de su mochila con respecto a su peso corporal, para poder completar sus datos, y se hizo una distinción entre los datos estimados y los datos reales, con el objetivo de contrastar los resultados y reflexionar que muchas situaciones no pueden ser juzgadas sin la obtención y análisis de los datos reales.

Para que los alumnos reflexionaran sobre las distintas maneras que hay para poder comparar dos poblaciones; en este caso (hombres y mujeres), se les planteó la pregunta 4 y 10 de la hoja de trabajo

A.2.1, y como respuesta, se espera que los estudiantes sugieran: *observar los datos en las tablas, elaborar gráficos y calculando con la media o promedio, etc.*

Al final se hizo una reflexión en el grupo para cumplir con el objetivo de esta actividad.

CONCLUSIONES.

Como conclusiones se plantea que:

- El objetivo de conocer los conocimientos previos con los que cuentan los estudiantes de primer grado de secundaria sobre el concepto de media aritmética o promedio y las dificultades que tienen para resolver problemas sobre este concepto, arrojó como resultados que el 30% de los estudiantes presentan problemas para identificar qué tipo de operaciones deben realizar. Esto indica un bajo nivel de abstracción con la tarea.
- Se diseñó una estrategia didáctica que lleva por nombre lección A, la cual facilita a los estudiantes comprender de mejor manera el concepto de media aritmética o promedio, así como la importancia de reconocer la necesidad de usar datos reales, saber ordenarlos, analizarlos, hacer Transnumeraciones (Tablas de datos y gráficas, cálculo de porcentajes, cálculo del promedio Etc.), los cuales son algunos de los procesos que ellos han realizado durante esta lección A, así como una modelación e integración de lo estadístico y lo contextual.
- La aplicación de la lección A, también contribuye a que los estudiantes reconozcan la importancia del uso del promedio para comparar dos poblaciones; esto permitirá cumplir con el objetivo principal de la lección que es “promover el desarrollo del pensamiento estadístico, el cual se fundamenta en el uso de la estadística para resolver problemas, mejorando así, las dificultades sobre el concepto de promedio o media aritmética”.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

1. Batanero y cols. (1994). Significado y comprensión de las medidas de posición central. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada UNO, 2000, 25, 41-58.
2. Batanero, C. (2000). Significado y comprensión de las medidas de posición central. UNO, 25, 41-58. (Recuperado el 19 de Abril de 2006) <https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/isboa.pdf>
3. Biggs, J., & Collis, K. (1982). Evaluating the quality of learning: The SOLO taxonomy. New York: Academic Press.
4. Biggs, J. B.; Collis, K. F. (1991). Multimodal learning and the quality of intelligence behavior. H. A. Rowe (ed). Intelligence, reconceptualization and measurement. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Publisher. [Traducción de fragmentos por Dr. Ernesto A. Sánchez]
5. Garfield, J. B., & Ahlgren, A. (1988). Difficulties in learning basic concepts in statistics: Implications for research. Journal for Research in Mathematics Education, 19(1), 44-63.
6. Mevarech, Z. R. (1983). A deep structure model of students' statistical misconceptions. Educational Studies in Mathematics, 14, 415-429.
7. Pfannkuch, M., & Wild, C. J. (2002). Statistical Thinking Models. Actas ICOTS 6.
8. Pollatsek, A., Lima, S., Well, D. (1981). The beginning of statistical inference comparing two data sets. Educational Studies in Mathematics, 12 (2), 191-204.
9. Strauss, S., Bichler, E. (1988). The development of children's concepts of the arithmetic average. Journal for Research in Mathematics Education, 19 (1), 64-80.
10. Wild, C. & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. International Statistical Review, 67(3), 223-262. [Traducción del Dr. Román Hernández Martínez].

BIBLIOGRAFÍA.

1. Cobo, B. (2003). Significado de las Medidas de posición central para los estudiantes de secundaria. Granada: Universidad de Granada, Tesis doctoral.

2. Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. New York: Dordrecht: D. Reidel.
3. Garfield, J. B., & Gall, I. (1997). *The Assessment Challenge in Statistical Education*. Oxford: IOS Press.
4. Inhelder, B., & Piaget, J. (1955). *De la lógica del niño a la lógica del adolescente (Primera reimpresión en España, 1985 ed.)*. (M. T. Cevalco, Trad.) París, Francia: Presses Universitaires de France.
5. Moreno Verdejo, A. J., & Vallecillos Jiménez, A. (12 de Julio de 2001). *La inferencia estadística básica en la enseñanza secundaria*. Jornadas Europeas de Estadística. Granada, Granada, España.
6. Piaget, J., y Inhelder, B. (1951). *La genèse de l'idée de hasard chez l'enfant*. Paris: Presses Universitaires de France.
7. Plackett, R. L. (1970). *The principle of the arithmetic mean*. En E. S. Pearson y M. Kendall (Eds.), *Studies in the history of statistics and probability* (v.1, pp. 121-126). London, Charles Griffin.

DATOS DEL AUTOR.

1. **Gilberto Fernández Delgado**. Maestría en Educación en Matemáticas y labora en el Sector educativo IX del Valle de México. Secundarias Generales; Jefe de enseñanza de la asignatura de matemáticas.
Correo electrónico: gilfe7511@yahoo.com

RECIBIDO: 9 de julio del 2025.

APROBADO: 13 de agosto del 2025.