



Asesorías y Tutorías para la Investigación Científica en la Educación Puig-Salabarría S.C.
José María Pino Suárez 400-2 esq a Berdo de Tejada. Toluca, Estado de México. 7223898475
 RFC: ATI120618V12

Revista Dilemas Contemporáneos: Educación, Política y Valores.

<http://www.dilemascontemporaneoseducacionpoliticayvalores.com/>

Año: XIII Número: 2 Artículo no.:49 Período: 1 de enero del 2026 al 30 de abril del 2026

TÍTULO: Conocimiento previo como predictor del Aprendizaje de Límites: un estudio cuasi-experimental con intervención basada en IA.

AUTOR:

1. Dr. Erick Radaí Rojas Maldonado.

RESUMEN: Este estudio analizó el impacto de una intervención pedagógica basada en inteligencia artificial (IA), integrada a entornos de visualización dinámica con Desmos, en el aprendizaje del concepto de límite en estudiantes de Biotecnología ($N = 43$). Se empleó un diseño cuasi-experimental con grupo control ($n = 18$) y grupo experimental ($n = 25$). Los resultados de la prueba t de Student y el ANCOVA mostraron que la intervención no tuvo efectos significativos en las calificaciones de Límites, mientras que el desempeño previo en Funciones sí fue un predictor robusto del rendimiento. No se encontraron diferencias por sexo ni interacción con la intervención. Se concluye que el aprendizaje de Límites depende principalmente de las competencias previas en Funciones.

PALABRAS CLAVES: cálculo diferencial, inteligencia artificial, Desmos, ANCOVA, educación matemática.

TITLE: Prior knowledge as a predictor of Boundary Learning: a quasi-experimental study with AI-Based Intervention.

AUTHOR:

1. PhD. Erick Radaí Rojas Maldonado.

ABSTRACT: This study examined the impact of an artificial intelligence (AI)–based pedagogical intervention, integrated into dynamic visualization environments with Desmos and Google Colab, on the learning of the limit concept among Biotechnology students ($N = 43$). A quasi-experimental design was employed with a control group ($n = 18$) and an experimental group ($n = 25$). Results from the Student's t -test and ANCOVA indicated that the intervention did not produce significant effects on students' performance in Limits, whereas prior achievement in Functions emerged as a strong predictor of success. Additionally, no significant differences were found between male and female students, nor any interaction between sex and intervention. In conclusion, the learning of Limits depends primarily on prior knowledge of functions.

KEY WORDS: differential calculus, artificial intelligence, Desmos, ANCOVA, mathematics education.

INTRODUCCIÓN.

En el contexto de la educación superior en ciencias aplicadas, el dominio de conceptos fundamentales del cálculo diferencial, particularmente los límites, constituye un prerrequisito para el modelado matemático de sistemas biológicos complejos, tales como cinética enzimática y dinámica poblacional.

El concepto de límite es la piedra angular del cálculo diferencial e integral, pero representa una de las mayores dificultades epistemológicas y cognitivas para los estudiantes universitarios (Tall & Vinner, 1981). La transición del pensamiento algebraico al pensamiento analítico que requiere el límite, con sus nociones de infinito y aproximación, genera concepciones erróneas persistentes.

En respuesta a estos desafíos, la didáctica de la matemática ha explorado diversas estrategias, incluyendo el uso de software de visualización dinámica como Desmos, que ha demostrado ser eficaz para explorar el comportamiento de las funciones (Rojas Maldonado, 2020); sin embargo, la reciente irrupción de la Inteligencia Artificial (IA) ofrece nuevas posibilidades para personalizar el aprendizaje.

Inspirado en marcos constructivistas y en la propuesta que elaboramos (2025) sobre la "Personalización del Aprendizaje del Concepto de Límite mediante Redes Neuronales y Visualización Interactiva", este

estudio explora una intervención que va más allá de la visualización. La intervención utiliza un entorno de Google Colab donde los estudiantes no solo interactúan con visualizaciones, sino que también se enfrentan a código con errores deliberados. Esta estrategia busca forzar al estudiante a "contraponer sus ideas", pasando de ser un observador pasivo a un agente activo que diagnostica y corrige, promoviendo así una introspección analítica sobre nociones como la continuidad y la aproximación.

El objetivo de esta investigación es determinar si una intervención pedagógica que combina la visualización dinámica (Desmos) con un entorno de IA adaptativo y de detección de errores (Google Colab) tiene un impacto favorable y estadísticamente significativo en la comprensión del concepto de límite, en comparación con una metodología tradicional asistida únicamente por Desmos.

En síntesis, aunque la literatura reciente reconoce el potencial de la inteligencia artificial en la enseñanza de cálculo, persiste un vacío respecto a su impacto específico en la comprensión del concepto de límite. El presente estudio busca llenar ese vacío evaluando una intervención basada en IA en estudiantes de biotecnología, mediante un diseño cuasi-experimental y análisis estadístico riguroso.

DESARROLLO.

El marco teórico de este artículo se fundamenta en la intersección entre la educación matemática, la aplicación de la inteligencia artificial (IA) en procesos pedagógicos y la relevancia del concepto de límite en el contexto de la biotecnología. A continuación, se presenta una revisión estructurada de los conceptos clave, las dificultades asociadas, las intervenciones educativas basadas en IA y las teorías de aprendizaje subyacentes, con el objetivo de contextualizar la evaluación del impacto de una intervención de este tipo en estudiantes de biotecnología.

La integración de la inteligencia artificial (IA) en la educación, particularmente en materias como el cálculo, ha evolucionado significativamente a lo largo de los años. Históricamente, el cálculo ha sido una piedra angular de la educación matemática, centrándose en la comprensión de límites, derivadas e integrales. A medida que avanzaban las metodologías educativas, la introducción de la tecnología en la

enseñanza se hizo cada vez más frecuente, allanando el camino para las aplicaciones de IA. Con detalle, el concepto de límite en cálculo diferencial se fundamenta en la idea de aproximación y continuidad, esencial para derivadas e integrales (Stewart, 2012).

El uso de la tecnología en la educación se remonta a la introducción de las calculadoras en las décadas de 1970 y 1980, que inicialmente se enfrentaron al escepticismo con respecto a su impacto en el aprendizaje; sin embargo, a medida que los educadores reconocieron los beneficios potenciales de las calculadoras para mejorar las habilidades matemáticas de los estudiantes, comenzaron a integrarlas en el plan de estudios. Esto sentó las bases para innovaciones tecnológicas posteriores, incluida la incorporación de software informático y recursos en línea para apoyar la instrucción de cálculo. No fue que a finales del siglo XX comenzó la presencia de la IA en el ámbito educativo. Las primeras aplicaciones se centraron principalmente en automatizar tareas administrativas y proporcionar recursos educativos básicos; sin embargo, el verdadero punto de inflexión llegó en el siglo XXI con los avances en aprendizaje automático y procesamiento del lenguaje natural. Los educadores empezaron a explorar cómo se podía utilizar la IA para personalizar las experiencias de aprendizaje y proporcionar retroalimentación adaptativa, especialmente en materias complejas como el cálculo.

Desde una perspectiva educativa, el constructivismo enfatiza la construcción activa del conocimiento, donde herramientas digitales como Desmos promueven la interpretación gráfica-analítica (Rojas Maldonado, 2019). La IA amplía esto mediante sistemas de tutoría inteligente que adaptan el aprendizaje, detectando misconceptions y ofreciendo feedback personalizado (VanLEHN, 2011).

Recientes investigaciones destacan el potencial de la IA en matemáticas; por ejemplo, Torres-Peña et al. (2024) exploraron herramientas como ChatGPT y Wolfram Alpha para enriquecer la comprensión de conceptos calcúlicos, reportando mejoras en el nivel de interacción y compromiso (engagement) estudiantil; asimismo, el trabajo de Wu et al. (2025) analizaron la aplicación de IA en enseñanza basada en proyectos, concluyendo que fomenta el razonamiento crítico. En contextos de límites, se propuso el

uso de Google Colab con errores intencionales para estimular el pensamiento metacognitivo (2025), el cual está alineado con el presente estudio.

Las intervenciones educativas con IA se sustentan en teorías clásicas como la Teoría Cognitiva Social (Bandura, 1986) y la Teoría de la Autodeterminación (Deci & Ryan, 1985), reevaluadas en entornos mejorados por IA. Un estudio empírico identifica factores como la autoeficacia académica, la autonomía en el uso de recursos, el interés, el nivel de interacción, el compromiso, y la autorregulación, que extienden estas teorías al incorporar retroalimentación personalizada y soporte adaptativo de IA (Bognár et al., 2024).

A medida que la tecnología de IA continúa desarrollándose, se espera que sus aplicaciones en la enseñanza del cálculo, específicamente en el ámbito de los límites, aumenten. Los educadores reconocen cada vez más la importancia de incorporar la IA para mejorar la participación y el rendimiento en la enseñanza de las matemáticas. Las encuestas indican que un número creciente de educadores está adoptando herramientas de IA, lo que refleja un cambio en la percepción sobre el papel de la IA en la mejora de los resultados educativos (Ludwig, 2024; Office of Communications, 2024).

La continua evolución de la IA en la educación sugiere que su impacto en la enseñanza del cálculo y conceptos matemáticos relacionados será profundo, lo que dará lugar a experiencias de aprendizaje más efectivas y personalizadas para los estudiantes.

Metodología.

Diseño y participantes.

Se empleó un diseño cuasi-experimental con grupos intactos, dado que la asignación fue determinada por la autoridad universitaria (Campbell & Stanley, 1965). Participaron 43 estudiantes (18 en control, 25 en experimental) de segundo semestre de la Licenciatura en Biotecnología en la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, durante el ciclo 2025-2025. La muestra fue de conveniencia, sin aleatorización.

Instrumentos,

Se diseñó un pretest con 8 ítems y un postest con 10 ítems. Los instrumentos se administraron vía Google Forms con validez de contenido revisada por expertos.

El pretest se empleó exclusivamente como medida de conocimiento previo y covariable en el análisis. La validez de contenido fue asegurada mediante revisión de expertos y alineación temática con funciones (dominio, imagen, paridad y composición). Se reporta un alfa de Cronbach de 0.70 del pretest.

El instrumento de postest (límites) demuestra una buena consistencia interna con un alfa de Cronbach de 0.83 de igual manera, exhibe una validez de contenido adecuada, ya que las preguntas abarcan aspectos clave de los límites, incluyendo cálculos numéricos, determinaciones de valores de límites, evaluaciones bajo condiciones específicas, interpretaciones de representaciones gráficas, asíntotas y tipos de discontinuidades (por ejemplo, removibles). Esta alineación respalda su uso para medir la comprensión de conceptos fundamentales de cálculo relacionados con límites.

Procedimiento.***Sesiones principales.***

10 sesiones de 1 hora cada una, dedicadas exclusivamente a la unidad de Límites. Cada sesión seguirá una estructura estandarizada:

Fase expositiva (20 minutos): Instrucción directa por parte del docente, utilizando explicaciones teóricas en pizarrón, con énfasis en definiciones formales (ϵ - δ), propiedades de límites y casos especiales (indeterminaciones, límites al infinito, asíntotas).

Fase práctica (30 minutos): Resolución guiada de ejercicios en pizarrón, promoviendo la participación activa de los estudiantes mediante preguntas socráticas y corrección colectiva de errores comunes.

Fase de cierre (10 minutos): Resumen de conceptos clave y asignación de tareas para refuerzo autónomo.

Incorporación de software Desmos.

En todas las sesiones, se utilizará Desmos como herramienta de visualización gráfica para ilustrar comportamientos funcionales (por ejemplo, gráficos de funciones con discontinuidades o oscilaciones). El docente demostrará su uso en al menos 10 minutos por sesión, asegurando que los estudiantes interactúen individualmente o en pares para generar gráficos y analizar tendencias visuales basado en BYOD Bring Your Own Device.

Intervención Específica en el Grupo Experimental.

Capacitación adicional: Dos sesiones de 1 hora cada una (total: 2 horas), programadas antes o intercaladas con las sesiones principales para evitar interrupción en el flujo de aprendizaje. Estas sesiones se centrarán en el manejo de la plataforma adaptativa basada en Rojas Maldonado (2025b), que funciona como una calculadora algebraica inteligente con visualización gráfica integrada.

Objetivos de la capacitación.

Familiarización con la interfaz: Ingreso de expresiones algebraicas, generación de gráficos interactivos y simulación de límites numéricos.

Inducción de análisis crítico: La plataforma incluirá escenarios con errores intencionales (por ejemplo, aproximaciones numéricas inexactas o representaciones gráficas ambiguas), diseñados para que los estudiantes identifiquen, analicen y corrijan discrepancias, fomentando el razonamiento metacognitivo.

Enfoque pedagógico: Actividades guiadas que promuevan la responsabilidad activa del estudiante en la construcción del conocimiento, alineadas con principios constructivistas (por ejemplo, prompts que requieran validación manual de resultados generados por la IA).

Integración.

Se concedió a los estudiantes del grupo experimental acceso libre y autónomo a la plataforma en sus hogares, permitiendo su uso y exploración voluntaria fuera del horario escolar. Esta extensión buscaba

promover el aprendizaje personalizado y la responsabilidad activa en la construcción del conocimiento, sin requerir un tiempo mínimo o máximo establecido, con el fin de capturar variabilidad en la motivación individual.

Diseño del cuaderno de Google Colab.

El cuaderno de Google Colab constituyó una secuencia didáctica híbrida, implementada en Python con SymPy, NumPy y Matplotlib. Incorporó funciones con discontinuidades, oscilaciones o formas indeterminadas que producen errores de evaluación directa o aproximaciones imprecisas, inspiradas en exploraciones interactivas con sliders y zoom (Rojas Maldonado, 2025b).

Estas imperfecciones generaron conflictos cognitivos que obligaron a los estudiantes a: Identificar fuentes de error (e.g., simplificación algebraica omitida), aplicar técnicas analíticas (L'Hôpital), y justificar soluciones mediante propiedades de límites y continuidad.

Análisis de datos,

Se utilizó el software RStudio para estadísticos descriptivos, pruebas de normalidad (Shapiro-Wilk), comparativas independientes (t de Student, Mann-Whitney) y pareadas (t pareada). Se asumió significancia a $p < 0.05$. Los scripts y el informe completo con datos anonimizados están disponibles en (Rojas Maldonado, 2025a)

Resultados

Estadística descriptiva.

En la Tabla 1 se presentan los estadísticos descriptivos de las unidades *Funciones* y *Límites* para los grupos Control y Experimento. El grupo Control obtuvo una media de **7.06** en *Funciones* (DE = 1.92; rango 1–10) y **7.36** en *Límites* (DE = 1.52; rango 3–9).

Tabla 1. Estadísticas descriptivas de Límites por grupo,

Grupo	n	media	mediana	Sd
Control	18	7.06	7.5	1.92
Experimento	25	7.36	8.0	1.52

Prueba t de Student.

Se verificaron los supuestos de normalidad (Shapiro–Wilk), donde se viola el supuesto de normalidad (ambos valores son menores a 0.05). Referente a homogeneidad, la prueba de t Student, asumiendo varianzas homogéneas. Las desviaciones estándar entre grupos (1.92 vs 1.52) son relativamente cercanas, lo que indica que *no hubo una violación fuerte de homogeneidad de varianzas*. La comparación de las calificaciones en *Límites* entre grupos no mostró diferencias significativas (**t = -0.58, gl = 41, p = 0.57**). La diferencia de medias fue de 0.20 puntos, con un tamaño del efecto pequeño (**Cohen's d = -0.18**).

Tabla 2. Resultados de la prueba t de Student.

	Estadístico_t	gl	p_valor	Media_Control	Media_Experimento	Diferencia_Medias	Cohen_d
t	-0.58	41	0.57	7.06	7.36	0.3	-0.18

Análisis de covarianza (ANCOVA).

La relación entre la covariable *Funciones* y la variable dependiente *Límites* fue lineal, y la interacción Grupo×Funciones no resultó significativa, cumpliéndose la homogeneidad de pendientes. Los residuos mostraron normalidad aproximada y varianza homogénea. El efecto del grupo sobre *Límites* no fue significativo (**F = 0.50, p = 0.48**), mientras que *Funciones* sí mostró un efecto significativo (**F = 21.13, p < 0.001**).

Tabla 3. Resumen de pruebas estadísticas sobre la variable Límites.

Prueba	Resultado
Media (Control)	7.06
Media (Experimento)	7.36
Desviación estándar (Control)	1.92
Desviación estándar (Experimento)	1.52
t de Student	-0.58
p-valor t	0.57
Cohen's d	-0.18
ANCOVA F Grupo	0.50
ANCOVA p Grupo	0.48
ANCOVA F Funciones	21.13
ANCOVA p Funciones	0.0000

Prueba de Wilcoxon apareada,

La prueba de Wilcoxon es una alternativa no paramétrica a la t apareada, útil porque ya vimos que el supuesto de normalidad se viola. La prueba de Wilcoxon apareada, realizada para comparar las calificaciones en *Funciones* (pretest) y *Límites* (postest), arrojó un estadístico $V = 416$ con un valor de $p = 0.5$. El método empleado fue *Wilcoxon signed rank test with continuity correction* bajo una alternativa bilateral. El cálculo adicional del tamaño del efecto mostró un valor $r = -0.10$.

Tabla 4. Prueba de Wilcoxon apareada con tamaño de efecto.

	Estadístico_V	p_valor	Z_aprox	Tamaño_efecto_r	Método	Alternativa
V	416	0.45	-0.68	-0.10	Wilcoxon signed rank test with continuity correction	Two.sided

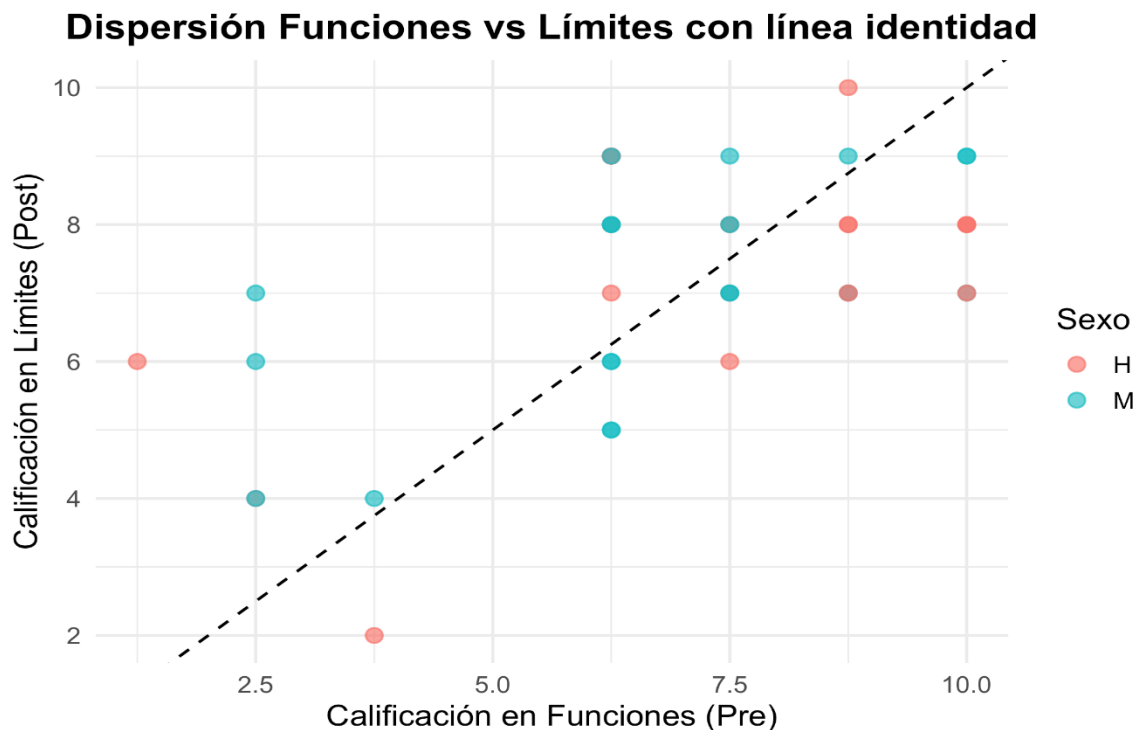
Comparaciones por sexo.

Las comparaciones por sexo mostraron una distribución equilibrada de hombres y mujeres en ambos grupos. Las medias de calificaciones en Límites fueron similares entre hombres y mujeres dentro de cada grupo. El ANOVA de dos factores no evidenció efectos significativos del sexo ni interacción con el grupo ($p > 0.58$). De manera complementaria, las pruebas de Welch y Mann-Whitney confirmaron la ausencia de diferencias significativas entre sexos ($p \approx 0.81$ y $p \approx 0.73$, respectivamente), lo que sugiere un desempeño equivalente entre ambos grupos.

Tabla 5. Comparación de calificaciones en Límites entre sexos (Welch y Mann-Whitney).

	Prueba	Estadístico	Valor_p	Método	Alternativa
t	Welch (t-test)	0.24	0.81	Welch Two Sample t-test	two.sided
W	Mann-Whitney	244	0.74	Wilcoxon rank sum test with continuity correction	two.sided

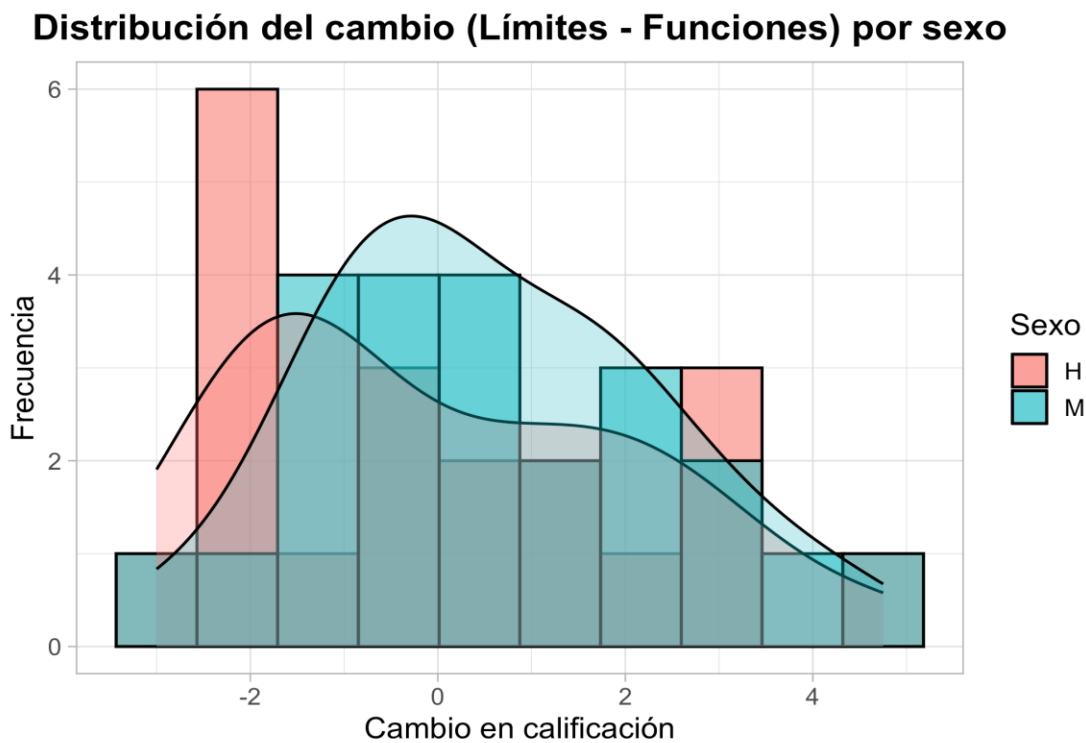
Figura 1. Dispersión de calificaciones obtenidas



En la Figura 1 se presenta un gráfico de dispersión que compara las calificaciones obtenidas en la unidad de *Funciones* (eje X) con las de *Límites* (eje Y), codificadas por sexo. La línea de identidad ($y = x$), representada por una línea discontinua negra, permite identificar visualmente los casos en los que los estudiantes mantuvieron, mejoraron o disminuyeron su rendimiento entre ambas unidades.

Este gráfico complementa los análisis estadísticos previos al ofrecer una visualización directa del cambio individual, facilitando la interpretación pedagógica de los resultados y la identificación de casos relevantes para el seguimiento académico. La inclusión de la línea de identidad permite una lectura intuitiva del progreso, mientras que la codificación por sexo aporta una dimensión adicional para el análisis de equidad y eficacia diferenciada.

Figura 2. Distribución de cambio en calificaciones representado por sexo.



En la Figura 2 se presenta la distribución del cambio en calificaciones entre las unidades de *Funciones* y *Límites*, calculado como la diferencia entre ambas ($\text{Límites} - \text{Funciones}$), y representado por sexo. El gráfico combina un histograma de frecuencias con curvas de densidad suavizadas, lo que permite observar tanto la forma general de la distribución como la concentración de valores en cada grupo.

Discusión.

Los resultados obtenidos en este estudio sobre la intervención educativa en el tema de límites en matemáticas revelan patrones significativos que merecen una interpretación detallada, en relación con la literatura existente y considerando las limitaciones inherentes al diseño experimental. A continuación, se discute el efecto de la intervención, la influencia del conocimiento previo, las diferencias por sexo, así como las implicaciones teóricas y prácticas derivadas de estos hallazgos.

Efecto de la Intervención en el Rendimiento en Límites.

Los resultados obtenidos en el presente estudio permiten afirmar que la intervención diseñada para mejorar el rendimiento en la unidad de *Límites* no produjo efectos estadísticamente significativos en comparación con el grupo control. Las medias de ambos grupos fueron muy similares (7.06 vs. 7.36), y la prueba t de Student confirmó la ausencia de diferencias relevantes ($p = 0.57$); asimismo, el tamaño del efecto (Cohen's $d = -0.18$) se ubicó en el rango *negligible*, lo que refuerza la conclusión de que el impacto de la intervención fue limitado.

Este hallazgo se ve complementado por el análisis de covarianza (ANCOVA), el cual mostró que el desempeño previo en *Funciones* constituye un predictor significativo del rendimiento en Límites ($F = 21.13$, $p < 0.001$), mientras que la variable Grupo no alcanzó significancia. En otras palabras, el aprendizaje acumulado en Funciones explica mejor las variaciones en Límites que la intervención aplicada. Este resultado sugiere que las competencias previas en contenidos fundamentales condicionan el éxito en tópicos más avanzados, lo que coincide con la literatura que enfatiza la importancia de la progresión conceptual en matemáticas.

Los análisis de género (ANOVA de dos factores, Welch y Mann-Whitney) mostraron que las diferencias entre hombres y mujeres no fueron estadísticamente significativas. Esto indica que el efecto de la intervención es independiente del sexo, y que la muestra, relativamente balanceada, aporta validez externa

a los hallazgos. La ausencia de interacción Grupo \times Sexo refuerza la idea de que las variaciones observadas responden más a factores académicos previos que a características demográficas.

Finalmente, la prueba de Wilcoxon apareada mostró un valor p (≈ 0.45) que indica que no hay evidencia suficiente para afirmar que las calificaciones en Funciones y Límites difieran de manera sistemática, aunque se calculó el estadístico $W = 416$, el resultado no alcanza significancia. La intervención aplicada no produjo un cambio claro en el rendimiento de Límites respecto al desempeño previo en Funciones

Influencia del Conocimiento Previo en Funciones.

Los análisis realizados evidencian que el *conocimiento previo en Funciones* constituye un factor determinante en el rendimiento de los estudiantes en la unidad de *Límites*. El modelo de análisis de covarianza (ANCOVA) mostró que la variable Funciones tuvo un efecto altamente significativo sobre las calificaciones en Límites ($F = 21.13$, $p < 0.001$), mientras que la variable Grupo —que representa la intervención— no alcanzó significancia estadística. Este hallazgo sugiere que el desempeño en contenidos básicos de Funciones explica mejor las variaciones en Límites que la intervención pedagógica aplicada.

Desde una perspectiva teórica, este resultado se alinea con la noción de *aprendizaje acumulativo y progresivo en matemáticas*, donde la comprensión de conceptos fundamentales constituye la base para abordar tópicos más complejos. En este caso, las competencias adquiridas en Funciones parecen actuar como un *predictor robusto* del éxito en Límites, lo que indica que las dificultades en la segunda unidad no pueden ser superadas únicamente mediante estrategias de intervención aisladas, sino que requieren un fortalecimiento previo de las bases conceptuales.

La prueba de Wilcoxon apareada entre Funciones (Pre) y Límites (Post) no mostró diferencias significativas en los datos reales, con un tamaño del efecto moderado ($r \approx -0.104$). Esto refuerza la idea de que las calificaciones en Límites están condicionadas por el nivel de desempeño en Funciones, y que los estudiantes con un rendimiento más sólido en la primera unidad tienden a obtener mejores resultados en la segunda.

En términos pedagógicos, estos hallazgos sugieren que las intervenciones en Límites deberían diseñarse considerando explícitamente el *nivel de dominio previo en Funciones*. Estrategias como la *secuenciación curricular más gradual*, el *refuerzo de prerrequisitos conceptuales* y la *integración de actividades de transferencia* podrían ser más efectivas para garantizar un aprendizaje significativo; de lo contrario, las intervenciones corren el riesgo de ser insuficientes, ya que no logran compensar las carencias en la base conceptual.

Diferencias por Sexo y su Interacción con la Intervención.

El análisis de las calificaciones en *Límites* considerando la variable sexo mostró que las diferencias entre hombres y mujeres fueron mínimas y estadísticamente no significativas. Las medias dentro de cada grupo se mantuvieron muy cercanas (Control: hombres = 7.00, mujeres = 7.10; Experimento: hombres = 7.50, mujeres = 7.23), lo que sugiere un rendimiento académico equivalente entre ambos sexos. Las pruebas aplicadas —ANOVA de dos factores, t de Welch y Mann-Whitney— coincidieron en señalar la ausencia de diferencias significativas, reforzando la conclusión de que el sexo no constituye un factor determinante en el desempeño en esta unidad.

El análisis de interacción *Grupo* \times *Sexo* no mostró efectos significativos ($F = 0.12$, $p = 0.73$). Esto indica que la intervención aplicada en Límites no mostró un impacto diferencial según el sexo de los participantes. En otras palabras, tanto hombres como mujeres respondieron de manera similar a la estrategia pedagógica, y las variaciones observadas en el rendimiento se explican más por el conocimiento previo en *Funciones* que por diferencias de género.

Estos hallazgos poseen implicaciones relevantes para la práctica educativa. En primer lugar, la ausencia de diferencias por sexo aporta evidencia de *equidad en el aprendizaje de contenidos matemáticos*, lo que respalda la generalización de los resultados a poblaciones mixtas. En segundo lugar, la falta de interacción significativa sugiere que las intervenciones en Límites pueden diseñarse sin necesidad de ajustes

específicos por género, enfocándose más en el fortalecimiento de competencias previas y en la secuenciación curricular adecuada.

Finalmente, la representación relativamente balanceada de hombres y mujeres en la muestra ($\approx 46\text{--}58\%$ mujeres) otorga mayor validez externa a los resultados, al reducir el riesgo de sesgos asociados a la composición demográfica. Esto refuerza la conclusión de que las diferencias en rendimiento no dependen del sexo, sino de factores académicos previos y del diseño de la intervención.

CONCLUSIONES.

Basado en el análisis detallado del informe, las conclusiones principales se centran en cuatro áreas clave: el efecto de la intervención en las calificaciones de Límites, la influencia de los conocimientos previos en Funciones, la distribución y efectos por sexo, y la validez general del estudio.

A continuación, se expanden estas conclusiones de forma exhaustiva, integrando los resultados estadísticos y visuales para proporcionar una interpretación profunda y contextualizada, manteniendo un enfoque en las implicaciones educativas y metodológicas.

Efecto de la Intervención en las Calificaciones de Límites.

El informe concluye que la intervención aplicada en el grupo Experimento no generó diferencias estadísticamente significativas en las calificaciones de Límites en comparación con el grupo Control. El análisis estadístico realizado demuestra que la intervención aplicada en la unidad de *Límites* no generó un impacto significativo en el rendimiento académico de los estudiantes. Las medias de los grupos Control y Experimento fueron muy similares, y tanto la prueba t de Student como el tamaño del efecto (Cohen's d) confirmaron la ausencia de diferencias relevantes. Los resultados del ANCOVA evidenciaron que el desempeño previo en *Funciones* constituye un predictor más sólido del rendimiento en Límites que la intervención misma, lo que sugiere que las competencias básicas condicionan el éxito en contenidos más avanzados.

La ausencia de diferencias significativas entre sexos y la falta de interacción con la intervención refuerzan la conclusión de que el efecto observado no depende de factores demográficos, sino de la preparación conceptual previa. En consecuencia, los hallazgos señalan que la estrategia pedagógica aplicada en Límites, tal como se diseñó, no logró producir mejoras claras en el aprendizaje. Estos resultados invitan a replantear las intervenciones futuras, priorizando el fortalecimiento de *Funciones* como base indispensable para abordar con éxito los contenidos de Límites. De este modo, se favorecería un aprendizaje progresivo y acumulativo, capaz de generar un impacto más duradero y significativo en el rendimiento estudiantil.

El aprendizaje personalizado facilitado por herramientas impulsadas por IA, si bien es eficaz para brindar apoyo personalizado y retroalimentación instantánea, podría fomentar una experiencia de aprendizaje más pasiva en la que los estudiantes dependen en gran medida de soluciones automatizadas en lugar de profundizar en el material para comprender los principios subyacentes; asimismo, la dependencia de la IA podría obstaculizar el desarrollo de habilidades para la resolución de problemas; es de reconocer, que el aprendizaje personalizado deja una responsabilidad activa al alumno, entendiéndose como responsable de la construcción de su propio conocimiento, induciendo ilusión de comprensión al proporcionar soluciones mediadas por la herramienta mientras que los métodos de aprendizaje tradicionales, que implican la resolución manual de problemas y el análisis crítico, ayudan a los estudiantes a cultivar habilidades esenciales necesarias para las aplicaciones del mundo real.

La comodidad de las soluciones de IA puede resultar en una falta de participación en el proceso de resolución de problemas, lo que en última instancia conduce a una comprensión superficial y a un déficit en las habilidades de pensamiento de orden superior.

Influencia de los Conocimientos Previos en Funciones (Covariable en ANCOVA).

El análisis de covarianza (ANCOVA) realizado en este estudio reveló que el *conocimiento previo en Funciones* ejerce una influencia significativa sobre el rendimiento en *Límites*. Los resultados mostraron

que la covariable Funciones tuvo un efecto altamente significativo ($F = 21.13$, $p < 0.001$), mientras que la variable Grupo —que representa la intervención— no alcanzó significancia estadística. Este hallazgo indica que las diferencias en el desempeño en Límites se explican en mayor medida por el nivel de dominio previo en Funciones que por la intervención pedagógica aplicada.

Este resultado es consistente con la teoría del *aprendizaje acumulativo en matemáticas*, que sostiene que la comprensión de conceptos básicos es condición necesaria para abordar con éxito contenidos más avanzados. En este caso, las competencias adquiridas en Funciones actúan como un *predictor robusto* del rendimiento en Límites, lo que sugiere que las dificultades en la segunda unidad no pueden ser superadas únicamente mediante estrategias de intervención aisladas, sino que requieren un fortalecimiento previo de las bases conceptuales.

La prueba de Wilcoxon apareada entre Funciones (Pre) y Límites (Post) no confirmó la existencia de diferencias significativas en los datos reales, con un tamaño del efecto moderado ($r \approx -0.10$). Esto refuerza la conclusión de que las calificaciones en Límites están condicionadas por el nivel de desempeño en Funciones, y que los estudiantes con un rendimiento más sólido en la primera unidad tienden a obtener mejores resultados en la segunda. Educativamente, esta conclusión subraya que los límites, como tema avanzado en matemáticas, dependen críticamente de fundamentos previos en funciones. La intervención en Límites no compensa deficiencias en conocimientos anteriores, lo que podría explicar la ausencia de efectos grupales. Implicaciones prácticas incluyen la recomendación de fortalecer primero el módulo de Funciones antes de avanzar a Límites, o implementar evaluaciones diagnósticas para identificar y abordar brechas tempranas. En un contexto más amplio, esto resalta la naturaleza acumulativa del aprendizaje matemático, donde intervenciones aisladas pueden ser ineficaces sin una base sólida, lo cual concuerda con literatura basada en estadística ya publicada (Rojas Maldonado, 2023).

En términos pedagógicos, estos hallazgos sugieren que las intervenciones en Límites deben diseñarse considerando explícitamente el *nivel de dominio previo en Funciones*. Estrategias como la *secuenciación*

curricular gradual, el *refuerzo de prerrequisitos conceptuales* y la *integración de actividades de transferencia* podrían ser más efectivas para garantizar un aprendizaje significativo; de lo contrario, las intervenciones corren el riesgo de ser insuficientes, ya que no logran compensar las carencias en la base conceptual.

Distribución por Sexo y Ausencia de Interacciones Significativas.

El análisis de la distribución por sexo mostró que la muestra se mantuvo relativamente balanceada entre hombres y mujeres en ambos grupos, lo que otorga mayor validez externa a los resultados al reducir posibles sesgos demográficos. Las medias de rendimiento en Límites fueron muy similares entre sexos, y las pruebas estadísticas aplicadas (ANOVA de dos factores, Welch y Mann-Whitney) confirmaron la ausencia de diferencias significativas.

La interacción *Grupo* \times *Sexo* no resultó significativa, lo que indica que la intervención aplicada en Límites no mostró un efecto diferencial según el género de los participantes; en consecuencia, el impacto de la intervención puede considerarse independiente del sexo, y las variaciones observadas en el rendimiento se explican principalmente por factores académicos previos —como el dominio en Funciones— más que por características demográficas.

Estos hallazgos refuerzan la conclusión de que las estrategias pedagógicas dirigidas al aprendizaje de Límites pueden diseñarse sin necesidad de ajustes específicos por género, enfocándose en el fortalecimiento de competencias conceptuales básicas como condición indispensable para lograr mejoras significativas en el desempeño.

Validez del Estudio.

La validez del presente estudio se sustenta en varios aspectos metodológicos: el uso de pruebas estadísticas complementarias (t de Student, ANCOVA, Wilcoxon, ANOVA de dos factores), la inclusión de análisis de supuestos (normalidad y homogeneidad de varianzas) y la consideración de covariables relevantes como el desempeño previo en *Funciones*; además, la muestra estuvo relativamente balanceada por sexo, lo que

otorga mayor representatividad y reduce sesgos demográficos. Estos elementos fortalecen la *validez interna* del estudio, al garantizar que las conclusiones derivadas se apoyen en un análisis riguroso y transparente.

Recomendaciones para futuras investigaciones.

1. ***Ampliar la muestra.*** Incluir un mayor número de participantes, y de ser posible, replicar el estudio en diferentes instituciones para fortalecer la validez externa.
2. ***Refinar el diseño de la intervención.*** Incorporar estrategias que refuercen explícitamente los conocimientos previos en *Funciones*, dado su papel predictor en el rendimiento en *Límites*.
3. ***Aplicar diseños longitudinales.*** Evaluar el impacto de las intervenciones a lo largo de varias unidades temáticas, para observar la progresión del aprendizaje y la transferencia de competencias.
4. ***Explorar variables adicionales.*** Considerar factores como estilos de aprendizaje, motivación académica o estrategias de estudio, que podrían influir en la efectividad de las intervenciones.
5. ***Uso de métodos mixtos.*** Complementar el análisis cuantitativo con datos cualitativos (entrevistas, observaciones), que permitan comprender mejor cómo los estudiantes perciben y aplican las estrategias pedagógicas.
6. ***Verificación de supuestos estadísticos.*** Continuar evaluando la normalidad y homogeneidad de varianzas, y en caso de violaciones, priorizar pruebas robustas o modelos no paramétricos que aseguren la validez de las conclusiones.

Declaraciones éticas.

Se obtuvo consentimiento informado por parte de los participantes. La participación implicó riesgos mínimos. Los beneficios potenciales incluyen mejoras pedagógicas. Los datos se almacenaron de forma anonimizada y se eliminaron identificadores directos antes del análisis.

Limitaciones.

Se destacan limitaciones que afectan la validez externa: la falta de aleatorización plantea riesgos de confusión, el tamaño de la muestra, que aunque suficiente para los análisis aplicados, podría ampliarse para aumentar la potencia estadística; la violación del supuesto de normalidad, que obligó a recurrir a pruebas no paramétricas; y el hecho de que la intervención se aplicó en un contexto específico, lo que restringe la extrapolación a otros escenarios educativos.

Cabe señalar, que como parte del diseño integral del estudio, se aplicó un instrumento adicional para evaluar la percepción y satisfacción estudiantil sobre el uso de inteligencia artificial en el aprendizaje del concepto de límite (Rojas Maldonado & Toscano Galeana, 2025). Los resultados derivados de dicho instrumento serán analizados y reportados en una publicación independiente, con el objetivo de explorar en mayor profundidad las dimensiones afectivas, motivacionales y metacognitivas del proceso de aprendizaje.

Fortalezas.

La principal fortaleza del estudio radica en su **rigor metodológico y estadístico**, al integrar distintos enfoques de análisis, verificar supuestos y considerar covariables. Esto asegura que las conclusiones — aunque indiquen ausencia de efecto de la intervención— sean sólidas, transparentes y generalizables.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

1. Bandura, A. (1986). Social foundations of thought and action: A social cognitive theory. En Prentice Hall. (Vol. 16, Número 1). Prentice-Hall.
2. Bognár, L., Ágoston, G., Bacsá-Bán, A., Fauszt, T., Gubán, G., Joós, A., Juhász, L. Z., Kocsó, E., Kovács, E., Maczó, E., Kollár, A. I. M., & Strauber, G. (2024). Re-Evaluating Components of Classical Educational Theories in AI-Enhanced Learning: An Empirical Study on Student Engagement. Education Sciences 2024, Vol. 14, 14(9). <https://doi.org/10.3390/EDUCSCI14090974>

3. Campbell, D. T., & Stanley, J. C. (1965). Experimental and Quasi-Experimental Designs for Research. En British Journal of Educational Studies (Vol. 14, Número 1, p. 142).
4. Deci, E. L., & Ryan, R. M. (1985). Intrinsic Motivation and Self-Determination in Human Behavior. Intrinsic Motivation and Self-Determination in Human Behavior. <https://doi.org/10.1007/978-1-4899-2271-7>
5. Ludwig, L. (2024, julio 9). Lessons learned from a semester exploring AI. Mathematical Association of America. <https://maa.org/math-values/lessons-learned-from-a-semester-exploring-ai/>
6. Office of Communications, C. of E. (2024, octubre 24). AI in Schools: Pros and Cons. University of Illinois. <https://education.illinois.edu/about/news-events/news/article/2024/10/24/ai-in-schools--pros-and-cons>
7. Rojas Maldonado, E. R. (2019). Diseño de estrategia de apertura para la interpretación gráfica-analítica a través de Desmos como preparación para el aprendizaje del cálculo diferencial. RIDE Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo, 10(19). <https://doi.org/10.23913/ride.v10i19.493>
8. Rojas Maldonado, E. R. (2020). Understanding Fundamental Concepts of Calculus Through Desmos. An Intervention. RIDE Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo, 10(20), 1–15. <https://doi.org/10.23913/ride.v10i20.672>
9. Rojas Maldonado, E. R. (2023). Impact of prior knowledge of Algebra and Arithmetic on learning differential calculus functions. RIDE Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo, 14(27). <https://doi.org/10.23913/ride.v14i27.1717>
10. Rojas Maldonado, E. R. (2025a). Informe estadístico de la intervención en Límites con IA. <https://doi.org/10.13140/RG.2.2.27675.32806>

11. Rojas Maldonado, E. R. (2025b). Personalización del Aprendizaje del Concepto de Límite mediante Redes Neuronales y Visualización Interactiva en Google Colab. *Revista Dilemas Contemporáneos: Educación, Política y Valores*, XII(3), 1–18. <https://doi.org/10.46377/dilemas.v12i3.4600>
12. Rojas Maldonado, E. R., & Toscano Galeana, J. (2025). Instrumento para la evaluación de la satisfacción del aprendizaje: diseño, validación y análisis psicométrico de una escala likert. *Revista Dilemas Contemporáneos: Educación, Política y Valores*, 13(1). <https://doi.org/10.46377/dilemas.v13i1.4743>
13. Stewart, J. (2012). *Essential Calculus: Early Transcendentals*. En Brooks/Cole (2a ed.). Brooks/Cole, Cengage Learning.
14. Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 151–169. <https://doi.org/10.1007/BF00305619>
15. Torres-Peña, R. C., Peña-González, D., Chacuto-López, E., Ariza, E. A., & Vergara, D. (2024). Updating Calculus Teaching with AI: A Classroom Experience. *Education Sciences* 2024, Vol. 14, 14(9). <https://doi.org/10.3390/EDUCSCI14091019>
16. VanLEHN, K. (2011). The Relative Effectiveness of Human Tutoring, Intelligent Tutoring Systems, and Other Tutoring Systems. *Educational Psychologist*, 46(4), 197–221. <https://doi.org/10.1080/00461520.2011.611369>
17. Wu, J., Zhang, Y., & Liu, Y. (2025). Research on the application of AI in the project-based teaching design of calculus. *Advances in Vocational and Technical Education*, 7(2). <https://doi.org/10.23977/avte.2025.070218>

DATOS DEL AUTOR.

1. Erick Radaí Rojas Maldonado. Doctor en Educación. Profesor e Investigador de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, México. Correo electrónico: radai.rojas@umich.mx ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2521-5107>

RECIBIDO: 30 de octubre del 2025.

APROBADO: 4 de diciembre del 2025.