



*Asesorías y Tutorías para la Investigación Científica en la Educación Puig-Salabarría S.C.  
José María Pino Suárez 400-2 esq a Berdo de Tejada. Toluca, Estado de México. 7223898475*

RFC: ATI120618V12

**Revista Dilemas Contemporáneos: Educación, Política y Valores.**

<http://www.dilemascontemporaneoseducacionpoliticayvalores.com/>

**Año: XIII Número: 3 Artículo no.:4 Período: 1 de mayo del 2026 al 31 de agosto del 2026**

**TÍTULO:** Propuesta metodológica de un Chatbot Educativo para el Cálculo Simbólico y Gráfico de Límites: implicaciones para la Educación Matemática.

**AUTOR:**

1. Dr. Erick Radaí Rojas Maldonado.

**RESUMEN:** Se presenta una propuesta metodológica para el diseño de un chatbot educativo orientado al cálculo simbólico y la visualización gráfica de límites, implementado en un entorno de Google Colab. La propuesta integra sistemas de álgebra computacional, graficación dinámica e interacción para fomentar los procesos exploratorios y la articulación de registros simbólicos y gráficos. El diseño se fundamenta en la teoría de la representación semiótica, enfoques de instrumentación e investigación sobre el aprendizaje de matemáticas potenciado por la tecnología. El chatbot se concibe como una herramienta de mediación más que como un tutor autónomo, y su función es apoyar la resolución de problemas, promover la reflexión y generar oportunidades para el debate conceptual, incluyendo la presentación intencional de respuestas problemáticas o incorrectas.

**PALABRAS CLAVES:** educación matemática, inteligencia artificial en educación, chatbots educativos, concepto de límite, mediación tecnológica.

**TITLE:** Methodological Proposal for an Educational Chatbot for the Symbolic and Graphical Calculation of Limits: Implications for Mathematics Education

**AUTHOR:**

1. PhD. Erick Radaí Rojas Maldonado.

**ABSTRACT:** This paper presents a methodological proposal for the design of an educational chatbot focused on symbolic calculation and the graphical visualization of limits, implemented in a Google Colab environment. The proposal integrates computer algebra, dynamic graphics, and interaction systems to foster exploratory processes and the articulation of symbolic and graphical representations. The design is based on semiotic representation theory, instrumentation approaches, and research on technology-enhanced mathematics learning. The chatbot is conceived as a mediating tool rather than an autonomous tutor, and its function is to support problem-solving, promote reflection, and generate opportunities for conceptual debate, including the intentional presentation of problematic or incorrect answers.

**KEY WORDS:** mathematical education, artificial intelligence in education, educational chatbots, concept of limit, technological mediation.

## **INTRODUCCIÓN.**

El concepto de límite constituye uno de los pilares epistemológicos y didácticos del cálculo diferencial e integral, así como un nodo conceptual que articula múltiples nociones fundamentales del análisis matemático, tales como continuidad, derivada e integral. Su carácter altamente abstracto, la diversidad de representaciones involucradas y la coexistencia de significados formales e intuitivos han sido ampliamente documentados como fuentes persistentes de dificultad en los procesos de enseñanza y aprendizaje en distintos niveles educativos, particularmente en la transición de la educación media superior a la educación superior (Artigue, 1988; Cornu, 2002; Tall & Vinner, 1981).

Diversos estudios en didáctica de las matemáticas han mostrado que los estudiantes suelen desarrollar imágenes conceptuales del límite, que entran en tensión con su definición formal, lo que genera inconsistencias, errores sistemáticos y obstáculos epistemológicos que no se resuelven mediante la mera exposición algorítmica de procedimientos (Sierpinska, 1985; Tall & Vinner, 1981). En este sentido, la comprensión del límite no puede reducirse a la ejecución de técnicas simbólicas, sino que exige la

articulación coordinada de registros de representación semiótica, incluyendo expresiones algebraicas, gráficas, numéricas y lenguaje natural (Duval, 1993, 2006).

Paralelamente, el desarrollo de tecnologías digitales ha transformado de manera sustantiva los escenarios de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Herramientas de visualización dinámica, sistemas de álgebra computacional y entornos interactivos han ampliado las posibilidades de exploración conceptual, permitiendo a los estudiantes experimentar con representaciones múltiples y establecer conexiones entre ellas (Heid & Blume, 2008; Pierce & Stacey, 2010); sin embargo, la incorporación de tecnología no garantiza por sí misma mejoras en la comprensión matemática; su impacto depende críticamente de los diseños didácticos y de los marcos teóricos que orientan su integración pedagógica (Artigue, 2002).

En años recientes, el avance acelerado de la inteligencia artificial, particularmente de los sistemas conversacionales basados en modelos de lenguaje, ha abierto nuevas posibilidades para el diseño de herramientas educativas capaces de ofrecer retroalimentación inmediata, generar explicaciones adaptativas y acompañar procesos de resolución de problemas (Holmes et al., 2019; Luckin et al., 2016; Zawacki-Richter et al., 2019).

En el ámbito de la educación matemática, comienzan a explorarse aplicaciones de chatbots orientadas al apoyo tutorial, la práctica guiada y la resolución de tareas, aunque se reconoce que este campo se encuentra todavía en una fase emergente y con resultados heterogéneos (Labadze et al., 2023; Moral-Sánchez et al., 2025; Rojas Maldonado, 2025; Winkler & Söllner, 2018).

Dentro de ese contexto, resulta pertinente examinar el potencial de los chatbots educativos no como sustitutos de la enseñanza, sino como mediadores tecnológicos que puedan favorecer la articulación entre procesos simbólicos y visuales, especialmente en dominios conceptualmente exigentes como el cálculo de límites. La posibilidad de integrar capacidades de cálculo simbólico, generación de gráficos y diálogo natural en un mismo entorno interactivo plantea un escenario promisorio para el diseño de propuestas didácticas centradas en la exploración, la retroalimentación y la construcción progresiva de significados.

Adicionalmente, plataformas de computación en la nube como Google Colab (Google, s/f) ofrecen un entorno accesible y ampliamente difundido para el desarrollo y despliegue de aplicaciones educativas basadas en Python, integrando bibliotecas matemáticas, herramientas de visualización y recursos de inteligencia artificial sin requerir instalaciones locales complejas. Este tipo de infraestructura resulta especialmente relevante en contextos educativos caracterizados por restricciones de recursos y diversidad de dispositivos.

En coherencia con lo anterior, el presente artículo se inscribe en una línea de investigación desarrollada por el autor en torno al aprendizaje del concepto de límite mediante tecnología digital e inteligencia artificial, cuyos antecedentes incluyen estudios empíricos y desarrollos metodológicos previos (Rojas Maldonado, 2015a; 2015b; 2016; 2025) y tiene como propósito *presentar y fundamentar una propuesta metodológica y tecnológica para el diseño de un chatbot mediador para el aprendizaje de límites, implementado en Google Colab*, desde una perspectiva de la didáctica de las matemáticas. Se enfatiza, que el trabajo no reporta resultados de aplicación empírica ni análisis estadísticos, sino que se inscribe en el ámbito de las propuestas teóricamente fundamentadas de innovación educativa.

Finalmente, se busca contribuir al debate contemporáneo sobre el papel de la inteligencia artificial en educación, ofreciendo una reflexión crítica acerca de sus posibilidades, tensiones y desafíos en relación con la enseñanza del cálculo, así como sobre las implicaciones éticas y pedagógicas de incorporar sistemas conversacionales en escenarios formativos.

## **DESARROLLO.**

A pesar de su centralidad en el análisis matemático, el concepto de límite continúa siendo identificado como uno de los núcleos conceptuales de mayor complejidad en los cursos iniciales de cálculo. La investigación en educación matemática ha documentado de manera consistente que una proporción significativa de estudiantes construye comprensiones fragmentadas, predominantemente procedimentales

o basadas en intuiciones informales, que resultan insuficientes para sostener razonamientos formales posteriores (Cornu, 2002; Sierpinska, 1985; Tall, 2002).

Uno de los principales factores asociados a esta dificultad reside en la tensión entre la definición formal  $\varepsilon$ - $\delta$  del límite y las aproximaciones intuitivas que se introducen comúnmente en los primeros encuentros con el concepto (Rojas Maldonado, 2015b). Mientras que la definición formal exige un alto nivel de pensamiento lógico, cuantificacional y relacional, muchos estudiantes operan a partir de imágenes conceptuales apoyadas en metáforas de aproximación, movimiento o tendencia, las cuales no siempre se articulan de manera coherente con el significado matemático riguroso (Tall & Vinner, 1981). Esta disociación puede derivar en conflictos cognitivos persistentes que afectan la comprensión de continuidad, derivada e integral.

Adicionalmente, se ha evidenciado que los estudiantes presentan dificultades para coordinar diferentes registros de representación del límite. La traducción entre expresiones simbólicas, representaciones gráficas y descripciones verbales suele ser incompleta o incorrecta, lo que restringe la construcción de significados integrados. En particular, numerosos estudios reportan que los estudiantes pueden calcular límites algebraicamente sin comprender su interpretación gráfica, o interpretar gráficamente comportamientos locales sin poder formalizarlos simbólicamente (Artigue, 2014; Tall, 1992).

En el ámbito de la enseñanza, persiste una fuerte presencia de enfoques centrados en la ejercitación algorítmica y en la aplicación de reglas de cálculo, frecuentemente desvinculadas de procesos de exploración conceptual. Si bien estos enfoques pueden favorecer la adquisición de ciertas destrezas procedimentales, resultan limitados para promover comprensiones profundas y transferibles del concepto de límite (Artigue, 2002; Ferrini-Mundy & Graham, 1994; Monaghan, 1991; Tall, 1992). Esta situación se ve agravada en contextos caracterizados por grupos numerosos, tiempos restringidos y heterogeneidad en los conocimientos previos.

La incorporación de tecnologías digitales ha sido propuesta como una vía para enriquecer los entornos de aprendizaje del cálculo, particularmente mediante el uso de herramientas de visualización dinámica y sistemas de álgebra computacional (CAS). La evidencia sugiere que estas tecnologías pueden facilitar la exploración de múltiples representaciones y apoyar la construcción de conexiones entre ellas (Heid & Blume, 2008; Pierce & Stacey, 2010); no obstante, también se ha señalado que su impacto educativo no es automático, y que en ausencia de un diseño didáctico explícito, dichas herramientas pueden ser utilizadas de manera superficial o meramente instrumental (Artigue, 2014).

En años recientes, los sistemas de inteligencia artificial conversacional han comenzado a introducirse en escenarios educativos como asistentes virtuales, tutores automáticos o sistemas de apoyo al aprendizaje. Aunque existen reportes que destacan su potencial para ofrecer retroalimentación inmediata y personalización básica, la investigación sobre su uso específico en educación matemática, y particularmente en temas de cálculo, es todavía incipiente y no presenta resultados significativos (Rojas Maldonado, 2016, 2026b); además, muchas de las aplicaciones existentes se centran en la resolución automática de ejercicios, sin una integración explícita de fundamentos didácticos que orienten el desarrollo conceptual (Rojas Maldonado, 2015a).

Desde una perspectiva de la didáctica de las matemáticas, se identifica así un vacío en el diseño de propuestas que articulen de manera sistemática:

- a) Capacidades de cálculo simbólico.
- b) Generación e interpretación de representaciones gráficas.
- c) Interacción dialógica orientada a la construcción de significado.

Eso dentro de un marco tecnológico accesible y sustentado teóricamente.

En este sentido, el problema que orienta el presente trabajo puede formularse de la siguiente manera:

*¿Cómo diseñar una propuesta metodológica y tecnológica, basada en un chatbot educativo implementado en Google Colab, que integre cálculo simbólico y visualización gráfica de límites, y que esté*

*fundamentada en principios de la didáctica de las matemáticas orientados a favorecer la articulación de representaciones y la comprensión conceptual del límite?*

La formulación de este problema no pretende resolver empíricamente las dificultades mencionadas, sino ofrecer una propuesta estructurada y teóricamente sustentada que contribuya a ampliar el repertorio de herramientas disponibles para la enseñanza del cálculo, así como a alimentar el debate académico sobre el papel de la inteligencia artificial en la educación matemática contemporánea.

## **Metodología.**

### ***Tipo y enfoque del estudio.***

El presente trabajo se inscribe en un enfoque de investigación teórico-propositivo, orientado al diseño y fundamentación de una herramienta tecnológica con potencial didáctico para el aprendizaje del concepto de límite. No se reportan resultados de implementación, mediciones de impacto, ni análisis estadísticos, y el manuscrito no pretende establecer inferencias empíricas sobre eficacia educativa.

Desde un punto de vista metodológico, la propuesta se vincula conceptualmente con los principios de la investigación basada en diseño —Design-Based Research—, en tanto articula fundamentos teóricos provenientes de la didáctica de las matemáticas con el desarrollo de un artefacto tecnológico orientado a un problema educativo específico (Collective, 2003). En esta etapa, el trabajo se limita a la fase de *diseño y descripción del artefacto*, sin incluir ciclos de validación o refinamiento empírico.

El objetivo central consiste en describir la estructura y funcionamiento de un cuaderno en Google Colab, que implementa un chatbot interactivo para el cálculo simbólico y la visualización gráfica de límites matemáticos, así como discutir sus posibilidades educativas.

### ***Entorno de desarrollo.***

La propuesta Chatbot mediador para el aprendizaje de límites (2026a), se implementa en un cuaderno de Google Colab, plataforma de computación en la nube que permite ejecutar código Python en un entorno Jupyter sin requerir instalaciones locales, integrando bibliotecas científicas ampliamente utilizadas y se

encuentra implementado en un cuaderno interactivo accesible públicamente, lo que permite su ejecución, análisis y adaptación en contextos educativos. El recurso está disponible en el siguiente enlace permanente: <https://doi.org/10.13140/RG.2.2.24566.05440>

### ***Estructura general del cuaderno.***

El cuaderno implementa un chatbot interactivo cuyo funcionamiento se apoya en un conjunto organizado de funciones que gestionan:

- La preparación del entorno.
- El cálculo simbólico de límites.
- La generación de representaciones gráficas.
- La interacción con el usuario.

Desde una perspectiva conceptual, el sistema no pretende simular un tutor inteligente con modelo cognitivo del estudiante, sino ofrecer un entorno interactivo que articule cálculo, visualización y retroalimentación.

### ***Instalación y preparación del entorno.***

Al inicio del cuaderno se verifica la disponibilidad de las bibliotecas necesarias, particularmente:

- *SymPy*, para el cálculo simbólico.
- *Matplotlib*, para la generación de gráficos.

En caso de no encontrarse instaladas, el cuaderno ejecuta automáticamente su instalación, asegurando que este proceso se realice únicamente una vez por sesión. Esta estrategia busca reducir barreras técnicas y favorecer la usabilidad del entorno.

Posteriormente, se importan las bibliotecas principales:

- *Sympy*, para la manipulación simbólica de expresiones.
- *Numpy*, para operaciones numéricas auxiliares.

- Matplotlib.pyplot, para visualización.
- Herramientas de IPython.display, para presentar salidas formateadas.

### ***Función de cálculo simbólico del límite.***

La función `resolver_limite` constituye el núcleo matemático del sistema. Esta función recibe como entradas:

- Una expresión matemática en formato de texto.
- La variable simbólica.
- El punto al cual tiende la variable.

Utilizando SymPy, la función:

1. Convierte la expresión textual en un objeto simbólico.
2. Construye el símbolo correspondiente a la variable.
3. Calcula el límite empleando las rutinas internas de la biblioteca.
4. Devuelve el resultado simbólico, incluyendo, cuando corresponde, valores infinitos o indicaciones de no existencia.

Esta función opera como un generador de objetos matemáticos que serán posteriormente interpretados y visualizados.

### ***Función de visualización gráfica.***

La función `graficar_funcion` se encarga de producir una representación gráfica de:

- La función original.
- El valor del límite.
- El valor de la función evaluada en el punto, si existe.

Para ello:

- Genera un intervalo de valores alrededor del punto de interés.
- Evalúa la función de manera numérica sobre dicho intervalo.

- Ajusta automáticamente el rango de graficación en casos de funciones con restricciones de dominio (por ejemplo, logaritmos o raíces).
- Maneja situaciones especiales como límites infinitos, discontinuidades o puntos indefinidos.

El propósito de esta función es ofrecer una visualización que permita al usuario contrastar el resultado simbólico con el comportamiento gráfico local de la función.

### ***Lógica principal del chatbot.***

La función evaluar\_limite implementa el flujo principal de interacción del chatbot. Su funcionamiento puede describirse en las siguientes etapas:

1. Presenta instrucciones básicas de uso.
2. Solicita al usuario:
  - La expresión de la función.
  - La variable.
  - El punto al cual se desea calcular el límite.
3. Procesa el punto de entrada, permitiendo expresiones simbólicas como pi.
4. Calcula internamente el límite correcto mediante resolver\_limite.
5. Solicita al usuario que introduzca su respuesta al límite.
6. Compara la respuesta del usuario con el resultado simbólico obtenido.
7. Proporciona retroalimentación indicando si la respuesta es correcta o incorrecta, considerando también distintos tipos de infinito.
8. Muestra el resultado correcto.
9. Genera la gráfica correspondiente mediante graficar\_funcion.

Se incluye manejo de errores para entradas inválidas, con mensajes que orientan al usuario a corregirlas.

***Ejecución del sistema.***

Al final del cuaderno, se realiza una llamada directa a la función evaluar\_limite, lo que inicia el chatbot y activa el ciclo de interacción (Rojas Maldonado, 2026a).

**Consideración didáctica sobre respuestas intencionalmente incorrectas.**

De manera deliberada, el diseño del cuaderno contempla la posibilidad de introducir, en ciertos escenarios, respuestas incorrectas o parciales como punto de partida para la discusión matemática. Esta característica se fundamenta en la idea de que el conflicto cognitivo, acompañado de visualización y argumentación, puede favorecer procesos de reflexión conceptual.

En este sentido, el chatbot no se concibe como una autoridad infalible, sino como un mediador que puede generar situaciones problemáticas que impulsen al estudiante a:

- Analizar la gráfica.
- Contrastar procedimientos.
- Justificar por qué una respuesta es incorrecta.

Se busca evitar la dependencia acrítica de la herramienta, promoviendo que el estudiante utilice el entorno como apoyo para la exploración, y no como sustituto del razonamiento matemático.

**Análisis del potencial didáctico.**

El análisis del potencial didáctico de la propuesta se realiza desde una perspectiva teórica, considerando su coherencia con los marcos conceptuales presentados y con los hallazgos reportados en la literatura sobre aprendizaje del límite, uso de tecnologías digitales y mediación instrumental. No se formulan afirmaciones de impacto basadas en evidencia empírica, sino que se discuten posibilidades educativas plausibles, condicionadas a diseños didácticos adecuados.

**Articulación de registros de representación.**

Uno de los aportes centrales del chatbot propuesto radica en su capacidad para presentar, de manera coordinada, resultados simbólicos, representaciones gráficas y explicaciones textuales. Esta integración responde directamente a la teoría de los registros de representación semiótica (Duval, 1993, 2006), según la cual la comprensión matemática profunda exige la movilización y coordinación de múltiples registros; no obstante, se reconoce que la simple presentación simultánea de registros no garantiza su coordinación. El potencial didáctico se concreta únicamente si las actividades asociadas al uso del chatbot promueven explícitamente la comparación, interpretación y traducción entre representaciones.

**Discusión.**

La propuesta presentada se sitúa en la intersección entre la didáctica del cálculo, el uso de tecnologías digitales y el desarrollo reciente de sistemas conversacionales basados en inteligencia artificial. Desde esta confluencia, resulta pertinente analizar sus aportes, tensiones y alcances en relación con los debates contemporáneos sobre innovación educativa.

En primer lugar, la integración de cálculo simbólico y visualización gráfica en un entorno interactivo dialogado es coherente con la literatura que destaca la necesidad de favorecer la coordinación entre registros de representación en el aprendizaje del límite. A diferencia de enfoques centrados exclusivamente en CAS o en software de graficación, la propuesta articula ambos recursos dentro de un mismo flujo de interacción, lo que podría contribuir a reducir la fragmentación del conocimiento matemático.

Esa articulación no resuelve por sí misma las dificultades conceptuales ampliamente documentadas. El uso de tecnología puede reforzar enfoques instrumentales si no se acompaña de tareas que demanden interpretación, argumentación y justificación. En ese sentido, el valor de la propuesta no radica en el artefacto en sí, sino en su potencial para ser integrado en diseños didácticos que privilegien la actividad intelectual del estudiante.

Un segundo aspecto relevante es la utilización de un chatbot como interfaz de acceso a herramientas matemáticas. La literatura sobre chatbots educativos sugiere que estos sistemas pueden mejorar la percepción de apoyo y facilitar la interacción con recursos digitales, pero ofrece evidencia limitada respecto a su impacto en la comprensión conceptual. La propuesta aquí presentada asume explícitamente esta limitación y evita atribuir al chatbot funciones propias de un tutor inteligente con modelo cognitivo del estudiante; por lo que desde esta perspectiva, el chatbot se concibe como un mediador tecnológico, no como un agente pedagógico autónomo. Bajo esta postura resulta consistente con enfoques socioculturales que enfatizan el papel de las herramientas como mediadores de la actividad, más que como sustitutos de la interacción humana.

Un tercer elemento de discusión se relaciona con la decisión de permitir, en ciertos casos, la presentación de respuestas incorrectas de manera intencional. Esta característica se distancia de muchas aplicaciones educativas orientadas a la corrección inmediata y sin ambigüedad. Desde un punto de vista didáctico, esta elección puede justificarse en la medida en que se busca generar conflicto cognitivo y promover la argumentación; no obstante, también introduce riesgos, como la posible consolidación de concepciones erróneas si no existe una mediación adecuada.

Es de reconocer, que la elección de Google Colab como entorno de implementación plantea ventajas y desafíos. Entre las ventajas se encuentran la accesibilidad, la gratuidad y la compatibilidad con bibliotecas científicas ampliamente utilizadas. Entre los desafíos se incluyen la dependencia de conexión a internet, las políticas cambiantes de la plataforma y la necesidad de cierto nivel de alfabetización digital.

Finalmente, desde una perspectiva más amplia, la propuesta se inscribe en los debates sobre el papel de la inteligencia artificial en educación. Diversos autores advierten sobre el riesgo de adoptar tecnologías emergentes desde una lógica tecnosolucionista, asumiendo que su sola presencia generará mejoras educativas. El presente trabajo se posiciona críticamente frente a esta visión, al reconocer que la

inteligencia artificial no constituye una solución en sí misma, sino un recurso cuya relevancia depende de su articulación con teorías del aprendizaje y prácticas pedagógicas fundamentadas.

### **Limitaciones del estudio.**

El presente trabajo presenta un conjunto de limitaciones que es necesario explicitar para situar adecuadamente el alcance de la propuesta y evitar interpretaciones que excedan sus objetivos.

En primer lugar, se trata de una investigación de carácter teórico-propositivo que no incluye implementación sistemática en contextos educativos reales. En consecuencia, no se dispone de evidencia empírica que permita afirmar efectos sobre el aprendizaje, la comprensión conceptual, la motivación o cualquier otra variable educativa. Las afirmaciones realizadas a lo largo del manuscrito se restringen al ámbito de las posibilidades teóricas y de la coherencia con marcos conceptuales consolidados.

En segundo lugar, la propuesta no incorpora un modelo cognitivo del estudiante ni mecanismos de diagnóstico del conocimiento previo. El chatbot no adapta sus respuestas en función de perfiles individuales de aprendizaje, estilos cognitivos o trayectorias conceptuales, lo que limita su potencial para ofrecer una personalización profunda, tal como ocurre en algunos sistemas tutoriales inteligentes.

En tercer lugar, el sistema depende de bibliotecas externas para el cálculo simbólico y la visualización. Aunque estas bibliotecas son ampliamente utilizadas y validadas en la comunidad científica, su funcionamiento interno no es transparente para el usuario, lo que puede reforzar una percepción de “caja negra” si no se acompaña de explicaciones didácticas adicionales.

Otra limitación importante se relaciona con el entorno de implementación. Google Colab requiere conexión a internet y está sujeto a cambios en sus políticas de uso, disponibilidad de recursos y tiempos de sesión. Estas condiciones pueden afectar la estabilidad y sostenibilidad de la propuesta en el largo plazo.

La interacción mediante texto puede resultar restrictiva para algunos estudiantes, particularmente aquellos con dificultades en la expresión escrita o con baja alfabetización digital. La propuesta no contempla, en

su versión actual, interfaces multimodales más avanzadas como entrada manuscrita, reconocimiento de voz, o manipulación directa de objetos gráficos.

Finalmente, la posibilidad de introducir respuestas incorrectas de manera intencional, aunque didácticamente justificable, entraña riesgos si se utiliza sin una mediación docente adecuada. Existe la posibilidad de que algunos estudiantes consoliden concepciones erróneas o experimenten confusión, especialmente en ausencia de espacios de discusión y clarificación.

Estas limitaciones refuerzan la necesidad de interpretar la propuesta como un punto de partida para investigaciones posteriores, y no como una solución definitiva a las problemáticas del aprendizaje del límite.

### **Líneas futuras de investigación.**

Una primera línea consiste en el diseño e implementación de estudios empíricos que exploren el uso del chatbot en contextos educativos reales, particularmente en cursos introductorios de cálculo. Estos estudios podrían adoptar enfoques cualitativos, cuantitativos o mixtos, con el propósito de analizar cómo interactúan los estudiantes con la herramienta, qué tipos de dificultades emergen y qué transformaciones se observan en sus formas de abordar el concepto de límite.

Otra se orienta al análisis de procesos cognitivos asociados al uso del chatbot, ya que desde una perspectiva cualitativa, sería pertinente examinar cómo los estudiantes coordinan registros de representación durante la interacción, qué tipos de conflictos cognitivos se generan y cómo se resuelven. Este tipo de estudios podría apoyarse en análisis de protocolos verbales, registros de interacción o entrevistas clínicas.

Otra de ellas es incorporar mecanismos que permitan identificar patrones de error, niveles de comprensión o estrategias predominantes, lo que podría acercar el sistema a los principios de los sistemas tutoriales inteligentes, sin perder la flexibilidad de los chatbots contemporáneos.

Otra línea relevante que puede explorarse es la expansión del dominio matemático. La arquitectura propuesta podría adaptarse para abordar otros conceptos del análisis como continuidad, derivada e

integral, o incluso contenidos de álgebra y ecuaciones diferenciales. Cada ampliación requeriría un análisis didáctico específico.

Estas líneas futuras refuerzan la idea de que la propuesta constituye un punto de partida para un programa de investigación más amplio, orientado a comprender el papel de los chatbots en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

## **CONCLUSIONES.**

El presente artículo ha tenido como propósito presentar y fundamentar una propuesta metodológica y tecnológica para el diseño de un chatbot educativo orientado al cálculo simbólico y gráfico de límites matemáticos, implementado un Chatbot mediador para el aprendizaje de límites (2026a) de Google Colab. La propuesta se inscribe en el marco de la didáctica de las matemáticas y se apoya en aportes teóricos relativos a los registros de representación semiótica, la construcción de conceptos matemáticos, y la mediación instrumental de la tecnología.

A partir de la revisión de la literatura, se ha evidenciado que las dificultades asociadas al aprendizaje del concepto de límite son persistentes, de naturaleza principalmente conceptual y estrechamente vinculadas a la coordinación de múltiples representaciones; asimismo, se ha mostrado que las tecnologías digitales, incluyendo los sistemas de álgebra computacional y las herramientas de visualización, ofrecen oportunidades relevantes para enriquecer los entornos de aprendizaje, aunque su impacto depende de manera decisiva de los diseños didácticos que orientan su uso.

En este contexto, la propuesta presentada articula cálculo simbólico, visualización gráfica e interacción en lenguaje natural dentro de un mismo entorno, con la intención de favorecer procesos de exploración, confrontación de representaciones y reflexión conceptual. El chatbot se concibe como un mediador tecnológico y no como un tutor autónomo, enfatizando su carácter de apoyo al aprendizaje y su integración potencial en secuencias didácticas más amplias.

Un aspecto distintivo de la propuesta es la posibilidad de generar situaciones problemáticas, incluso mediante la presentación intencional de respuestas incorrectas, con el fin de promover el conflicto cognitivo y la argumentación matemática. Esta característica refuerza una concepción del aprendizaje como proceso activo y reflexivo, aunque también exige una mediación docente cuidadosa.

En síntesis, la principal aportación del estudio reside en ofrecer un diseño estructurado y teóricamente sustentado de un chatbot educativo para el estudio de límites, susceptible de ser analizado, adaptado y evaluado en investigaciones posteriores. Se espera que esta propuesta contribuya al debate sobre el papel de la inteligencia artificial en la educación matemática y estimule el desarrollo de nuevas aproximaciones que integren tecnología, teoría didáctica y reflexión crítica.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

1. Artigue, M. (1988). Ingénierie didactique. *Recherches en didactique des mathematiques*, 9(3), 281–308.
2. Artigue, M. (2002). Analysis (D. Tall, Ed.; pp. 167–198). Springer. [https://doi.org/https://doi.org/10.1007/0-306-47203-1\\_11](https://doi.org/https://doi.org/10.1007/0-306-47203-1_11)
3. Artigue, M. (2014). Didactic Engineering in Mathematics Education. En *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 159–162). Springer Netherlands. [https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8\\_44](https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8_44)
4. Collective, D.-B. R. (2003). Design-Based Research: An Emerging Paradigm for Educational Inquiry. *Educational Researcher*, 32(1), 5–8. <https://doi.org/10.3102/0013189X032001005>
5. Cornu, B. (2002). Limits. En D. Tall (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking*. Mathematics Education Library, (Vol. 11, pp. 153–166). Springer. [https://doi.org/https://doi.org/10.1007/0-306-47203-1\\_10](https://doi.org/https://doi.org/10.1007/0-306-47203-1_10)
6. Duval, R. (1993). Registres sémiotiques et apprentissages mathématiques. En A. Mercier & D. Forgasz (Eds.), *Semiotic Challenges in Mathematics Education* (pp. 111–121). Kluwer.

7. Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1–2), 103–131. <https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-x>
8. Ferrini-Mundy, J., & Graham, K. (1994). *Research in Calculus Learning: Understanding of Limits, Derivatives, and Integrals*. En MAA Notes Number 33.
9. Google. (s/f). Google Colaboratory. <https://colab.research.google.com>
10. Heid, M. K., & Blume, G. W. (2008). *Research on Technology and the Teaching and Learning of Mathematics: Research syntheses*. Volume 1. Emerald Publishing Limited.
11. Holmes, W., Bialik, M., & Fadel, C. (2019). *Artificial Intelligence in Education*. Center for Curriculum Redesign.
12. Labadze, L., Grigolia, M., & Machaidze, L. (2023). Role of AI chatbots in education: Systematic literature review. *International Journal of Educational Technology in Higher Education*, 20, 56. <https://doi.org/10.1186/s41239-023-00426-1>
13. Luckin, R., Holmes, W., Griffiths, M., & Forcier, L. (2016). *Intelligence Unleashed: An Argument for AI in Education*. Pearson.
14. Monaghan, J. (1991). Problems with the Language of Limits. *For the Learning of Mathematics*, 11(3), 20–24. <http://www.jstor.org/stable/40248029>
15. Moral-Sánchez, S. N., Ruiz Rey, F. J., & Cebrián-de-la-Serna, M. (2025). Analysis of artificial intelligence chatbots and satisfaction for learning in mathematics education. *International Journal of Educational Research and Innovation*.
16. Pierce, R., & Stacey, K. (2010). Mapping Pedagogical Opportunities Provided by Mathematics Analysis Software. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 15(1), 1–20. <https://doi.org/10.1007/s10758-010-9158-6>

17. Rojas Maldonado, E. R. (2015a). El método de fermat para la enseñanza de límites. Un widget en mathematica. *Revista Iberoamericana de Producción Académica y Gestión Educativa*, 2(3), 1–17. <https://www.pag.org.mx/index.php/PAG/article/view/525/563>
18. Rojas Maldonado, E. R. (2015b). Secuencias didácticas para la enseñanza del concepto de límite en el cálculo. *Revista Internacional de Aprendizaje en Ciencia, Matemáticas y Tecnología*, 2(2), 63–76. <http://funes.uniandes.edu.co/15392/1/Rojas2016Secuencias.pdf>
19. Rojas Maldonado, E. R. (2016). Resultados de la aplicación de secuencias didácticas para la comprensión del concepto del límite en el bachillerato Nicolaíta. *RIDE Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo*, 6(12), 431. <https://doi.org/10.23913/ride.v6i12.227>
20. Rojas Maldonado, E. R. (2025). Personalización del Aprendizaje del Concepto de Límite mediante Redes Neuronales y Visualización Interactiva en Google Colab. *Revista Dilemas Contemporáneos: Educación, Política y Valores*, XII(3), 1–18. <https://doi.org/10.46377/dilemas.v12i3.4600>
21. Rojas Maldonado, E. R. (2026a). Chatbot mediador para el aprendizaje de límites. [Cuaderno interactivo en Google Colab]. ResearchGate. <https://doi.org/10.13140/RG.2.2.24566.05440>
22. Rojas Maldonado, E. R. (2026b). Conocimiento previo como predictor del Aprendizaje de Límites: un estudio cuasi-experimental con intervención basada en IA. *Dilemas contemporáneos: Educación, Política y Valores*, XIII(49). <https://doi.org/10.46377/dilemas.v13i2.4844>
23. Sierpinska, A. (1985). Obstacles épistemologiques relatifs à la notion de limite. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 6(1), 5–67.
24. Tall, D. (1992). The transition to advanced mathematical thinking: Functions, limits, infinity and proof. ... of Research on Mathematics Teaching and Learning, 495–511. <http://scholar.google.com/scholar?hl=en&btnG=Search&q=intitle:The+Transition+to+Advanced+Mathematical+Thinking+:+Functions,+Limits,+Infinity+and+Proof#0>

25. Tall, D. (2002). The psychology of advanced mathematical thinking. En D. Tall (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking*. Mathematics Education Library3 (Vol. 11, pp. 3–21). Springer. [https://doi.org/https://doi.org/10.1007/0-306-47203-1\\_1](https://doi.org/https://doi.org/10.1007/0-306-47203-1_1)
26. Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 151–169. <https://doi.org/10.1007/BF00305619>
27. Winkler, R., & Söllner, M. (2018). Unleashing the Potential of Chatbots in Education: A State-of-the-Art analysis. *Educational Technology & Society*, 21(1), 13–29.
28. Zawacki-Richter, O., Marín, V. I., Bond, M., & Gouverneur, F. (2019). Systematic review of research on artificial intelligence applications in higher education – where are the educators? *International Journal of Educational Technology in Higher Education*, 16(1), 39. <https://doi.org/10.1186/s41239-019-0171-0>

#### **DATOS DEL AUTOR.**

- 1. Erick Radaí Rojas Maldonado.** Doctor en Educación. Profesor e Investigador de Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, México. Correo: [radai.rojas@umich.mx](mailto:radai.rojas@umich.mx) ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2521-5107>

**RECIBIDO:** 19 de febrero del 2026.

**APROBADO:** 23 de marzo del 2026.